CAMPO ELÉCTRICO

Campo eléctrico

Es la región del espacio que se ve perturbada por la presencia de carga o cargas eléctricas. Las características más importantes de la carga eléctrica son:

- La carga eléctrica se conserva.
- Está cuantizada, debe ser un múltiplo entero de la unidad de carga fundamental, que es la carga del electrón. $q_e = 1{,}602 \times 10^{-19}\,C$
- Las cargas de igual signo se repelen y de signos contrarios se atraen.
- Las fuerzas entre cargas son inversamente proporcionales al cuadrado de la distancia que las separa.
- Las fuerzas entre cargas son de carácter central, $\vec{r} \,||\, \vec{F}$
- Las fuerzas entre cargas son conservativas, es decir, el trabajo realizado por ellas a lo largo de una trayectoria cerrada es nulo.

Ley de Coulomb

El módulo de la fuerza entre dos cargas es directamente al producto de sus cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.

$$\boxed{\vec{F} = K \frac{Q \cdot Q'}{r^2} \vec{u}_r}$$

Trabajando en módulo no se pone signo a las cargas

$$\boxed{F = K \frac{Q \cdot Q'}{r^2}}$$

El valor de la constante de la ley de Coulomb (K), depende del medio, en el vacío $K = 9\times10^9\ N\cdot m^2\cdot C^{-2}$, en general:

$$\boxed{K = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon}}$$

$$\text{Siendo } \varepsilon = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_o : \begin{cases} \varepsilon \equiv \text{permitividad del medio} \\ \varepsilon_r \equiv \text{permitividad relativa del medio} \\ \varepsilon_o \equiv \text{permitividad del vacio} \end{cases}$$

Intensidad de campo eléctrico

La intensidad del campo eléctrico $(\vec{E})$ en un punto es la fuerza que actúa sobre la unidad de carga positiva situada en ese punto.

El campo que crea una carga puntual Q en cada punto es:

$$\boxed{\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r}$$

Siendo $\vec{u}_r$ el vector unitario en la dirección que une la carga con el punto en el que se calcula la intensidad de campo eléctrico.

En módulo: $\boxed{E = K \frac{Q}{r^2}}$ (la carga no lleva signo)

La fuerza que experimenta una carga Q´ debido a la acción del campo creado por una carga Q es:

$$\boxed{\vec{F} = Q' \cdot \vec{E}}$$

El campo eléctrico en un punto debido a varias cargas cumple el principio de superposición, es la suma vectorial de los campos eléctricos creados por cada una de las cargas en dicho punto:

$$\boxed{\vec{E}_T = \sum K \frac{Q_i}{r_i^2}\vec{u}_i}$$

Energía potencial eléctrica

Se define como una magnitud cuya disminución es igual al trabajo conservativo:
$$(\Delta E_p = -W_{conservativo})$$

La energía potencial eléctrica entre dos cargas es:
$$\boxed{E_p = K\frac{Q \cdot Q'}{r}}$$ (En este caso las cargas llevan signo)

Potencial eléctrico en un punto

$$\boxed{V = \frac{E_p}{Q'} = K\frac{Q}{r}}$$

El potencial creado por varias cargas en un punto es la suma escalar de los potenciales que crea cada carga.
$$\boxed{V = \sum K\frac{Q_i}{r_i}}$$ (Hay que respetar el signo de las cargas)

En el sistema internacional, su unidad es el voltio (V = J/C).

$$\boxed{E_p = V \cdot Q'}$$

La relación entre la intensidad de campo y el potencial es:
$$\boxed{E = -\frac{dV}{dr}}$$

El signo negativo indica que las cargas positivas tienden a desplazarse hacia las regiones de menor potencial.

Para campos uniformes:
$$\boxed{E = \frac{V_A - V_B}{d}}$$

Líneas de fuerza y superficies equipotenciales

Una línea de fuerza o línea de flujo es la curva cuya tangente proporciona la dirección del campo en ese punto.

- Las líneas de fuerza salen de las cargas positivas y entran en las negativas.
- El número de líneas de fuerza que entran o salen es proporcional al valor de la carga.
- Las líneas nunca se cortan.
- La densidad de líneas es proporcional al módulo el campo eléctrico.

Las superficies equipotenciales son las que contienen todos los puntos de igual potencial, son perpendiculares a las líneas de fuerza

Diferencia de potencial entre dos puntos

$$\boxed{V_A - V_B = K \cdot Q\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)}$$ Se tiene en cuenta el signo de la carga

Trabajo eléctrico

Trabajo eléctrico es el trabajo realizado por la fuerza eléctrica cuando una carga de prueba se traslada desde un punto a otro del campo eléctrico. El trabajo no depende de la trayectoria seguida por la carga, sino de sus posiciones inicial y final, por lo que el campo eléctrico es conservativo. En consecuencia, el trabajo es igual a la variación de energía potencial que experimenta la carga al trasladarse desde un punto A hasta un punto B.

El trabajo que hace el campo cuando se traslada una carga entre dos puntos A y B es:

$\boxed{W = \Delta E_c = -\Delta E_p = -Q \cdot (V_B - V_A) = Q(V_A - V_B)}$ Se respeta el signo de la carga.

$$\text{Si } W > 0: \begin{cases} \text{La carga se desplaza por la acción del campo} \\ \text{La carga disminuye su energía potencial} \\ \text{Al separar dos cargas del mismo signo o acercar dos cargas de signos contrarios} \end{cases}$$

$$\text{Si } W < 0: \begin{cases} \text{La carga se desplaza por la acción de una fuerza exterior} \\ \text{La carga aumenta su energía potencial} \\ \text{Al separar dos cargas de diferente signo o acercar dos cargas de digual signos} \end{cases}$$

Densidades de carga

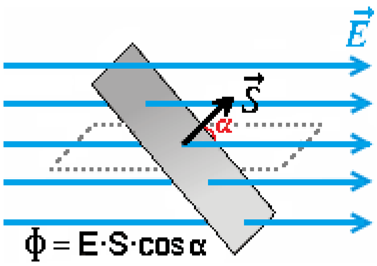
Densidad de carga lineal: $\boxed{\lambda = \frac{Q}{L}}$

Densidad de carga superficial: $\boxed{\sigma = \frac{Q}{S}}$

Densidad de carga volumétrica: $\boxed{\rho = \frac{Q}{V}}$

Flujo eléctrico

Es el número de líneas que atraviesa una superficie. Depende de la intensidad del campo eléctrico, de la superficie y del ángulo que forman el vector campo y el vector superficie (perpendicular a la superficie)



Si el campo eléctrico es uniforme: $\boxed{\Phi = \vec{E} \circ \vec{S} = E \cdot S \cos \alpha}$

Si el campo eléctrico no es uniforme: $\boxed{\Phi = \int \vec{E} \circ d\vec{S} = \int E \cdot dS \cos \alpha}$

$\alpha \equiv$ ángulo que forman $\vec{E}$ y $\vec{S}$, siendo $\vec{S}$ un vector perpendicular a la superficie.

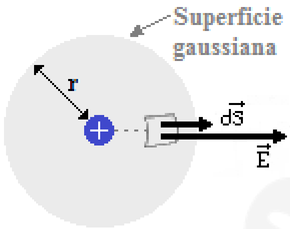
El flujo será máximo cuando α = 0º y mínimo cuando α = 90º

Teorema de Gauss

El flujo neto a través de una superficie cerrada cualquiera es igual a la suma algebraica de las cargas eléctricas encerradas en su interior dividida entre la constante dieléctrica del vacío. La superficie cerrada empleada para calcular el flujo del campo eléctrico se denomina superficie gaussiana.

$$\boxed{\Phi = \frac{\sum Q}{\varepsilon_o}}$$

Para calcular el flujo que genera una carga +Q, se escoge una superficie gaussiana (esfera de radio r) que rodee a la carga, tal y como muestra la figura.

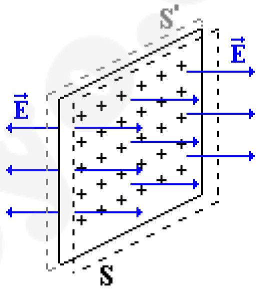


$$\Phi = \oint_S \vec{E} \circ d\vec{S} = \oint E \cdot dS \cos 0 = E \cdot S = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{Q}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_o}$$

$$\boxed{\Phi = \oint_S \vec{E} \circ d\vec{S} = \frac{\sum Q}{\varepsilon_o}}$$

Una aplicación muy importante del Teorema de Gauss es el cálculo del módulo del campo eléctrico en las disposiciones de carga que presenten algún tipo de simetría.

Campo creado por un plano infinito



Se toma como superficie gaussiana un paralelepípedo recto como el que muestra la figura. Sólo hay flujo a través de las caras S y S' paralelas al plano. Las líneas de campo siempre salen de las cargas positivas, por lo que el campo creado por el plano será uniforme. El flujo a través de las superficies laterales es nulo (ninguna línea de campo las atraviesan).

Aplicando el teorema de Gauss:

$$\Phi = \oint_S \vec{E} \circ d\vec{S} + \oint_{S'} \vec{E} \circ d\vec{S} = E \cdot S \cdot \cos 0 + E \cdot S' \cdot \cos 0 = 2E \cdot S = \frac{Q}{\varepsilon_o}$$

Teniendo en cuenta la densidad superficial de carga $(Q = \sigma \cdot S)$

$$2E \cdot S = \frac{\sigma \cdot S}{\varepsilon_o} \qquad \boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o}}$$

Conocido el campo eléctrico creado por la lámina, se puede calcular el potencial.

$$E = -\frac{dV}{dr} \qquad dV = -E\, dr \qquad V = -\int E\, dr = -\int \frac{\sigma}{2\varepsilon_o} dr = -\frac{\sigma r}{2\varepsilon_o} \qquad \boxed{V = -\frac{\sigma r}{2\varepsilon_o}}$$

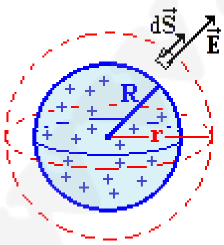
Un caso particular es el del condensador de placas paralelas. El campo eléctrico entre las placas es uniforme y vale:

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_o}}$$

La diferencia de potencial entre las armaduras del condensador vale:

$$\boxed{V = E \cdot d = \frac{\sigma d}{\varepsilon_o} = \frac{Q d}{\varepsilon_o S}}$$

Campo eléctrico en el exterior de una esfera uniformemente cargada de radio R (r > R)



Para calcular el campo en un punto P exterior a la esfera y a una distancia r, elegimos como superficie gaussiana una esfera de radio r que pase por P.

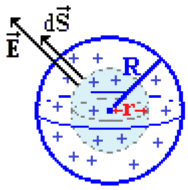
$$\Phi = \oint_S \vec{E} \circ d\vec{S} = \oint E\, ds \cos 0 = E\, S = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_o}$$

$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{Q}{r^2}}$$

El campo creado en el exterior de la esfera es el mismo que se obtendría si toda la carga de la esfera estuviera concentrada en un punto y se tratara de una carga puntual.

$$E = -\frac{dV}{dr} \qquad dV = -E\, dr \qquad V = -\int E\, dr = -\int \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{Q}{r^2} dr = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{Q}{r} \qquad \boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{Q}{r} = K \frac{Q}{r}}$$

Campo creado en el interior de una esfera uniformemente cargada de radio R (r < R)



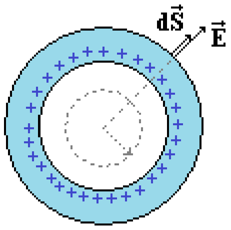
La superficie gaussiana que se tona es una esfera concéntrica interior de radio r que pase por el punto donde se desea calcular el campo eléctrico.

$$\Phi = \oint_S \vec{E} \circ d\vec{S} = \oint E \cdot dS \cos 0 = E\, S = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_o} \qquad \boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q_{int}}{r^2}}$$

$$\rho = \frac{Q_{int}}{V_{int}} = \frac{Q}{V} \Rightarrow Q_{int} = Q\frac{V_{int}}{V} = Q\frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi R^3} = Q\frac{r^3}{R^3}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q\, r^3}{r^2 R^3} \qquad \boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q\, r}{R^3}}$$

Campo creado en el interior de una esfera metálica hueca o una esfera conductora

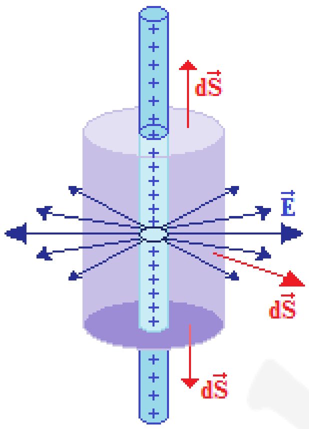


En el interior de una esfera metálica hueca, al repelerse las cargas, se sitúan en la superficie interior del metal. Si elegimos una superficie gaussiana en el interior, no habrá carga encerrada y el flujo será nulo ($\Phi = 0$) por tanto el campo eléctrico es nulo.

$$\boxed{E = 0}$$

$$E = -\frac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow V = cte \qquad \boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{R}}$$

Campo eléctrico debido a un conductor recto e indefinido



Las líneas del campo salen en forma radial del hilo. La superficie gaussiana es un cilindro de radio r y de longitud L.

$$\Phi = \Phi_{bases} + \Phi_{lateral} = 0 + \oint \vec{E} \circ d\vec{S} = E \cdot S_{lateral} = E \cdot 2\pi r L = \frac{Q}{\varepsilon_o}$$

Siendo L la altura del cilindro y r el radio de la base.

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_o r}\frac{Q}{L}$$

Teniendo en cuenta la definición de densidad lineal

$$\boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o r}}$$

$$E = -\frac{dV}{dr} \qquad dV = -E\, dr \qquad V = -\int E\, dr = -\int \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_o} dr = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o} Ln\, r$$

$$\boxed{V = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o} Ln\, r}$$