# 140 DERIVADAS con solución  2º BACH.

- Hallar las derivadas **simplificadas** de las siguientes funciones:

**1.** y=3  (y'=0)

**2.** y=x  (y'=1)

**3.** y=5x  (y'=5)

**4.** y=−x  (y'=−1)

**5.** $y=x^4+x^3+x^2+x+1$  $(y'=4x^3+3x^2+2x+1)$

**6.** $y= 4x^4-x^3+3x^2-7$  $(y'=16x^3-3x^2+6x)$

**7.** $y=-\frac{1}{5}x^5+4x^4-\frac{1}{6}x^3+\frac{1}{2}x^2-3$  $\left(y'=-x^4+16x^3-\frac{1}{2}x^2+x\right)$

**8.** $y=3(x^2+x+1)$  $(y'=3(2x+1))$

**9.** $y=4(3x^3-2x^2+5)+x^2+1$  $(y'=36x^2-14x)$

**10.** $y=\frac{2x^3-3x^2+4x-5}{2}$  $(y'=3x^2-3x+2)$

**11.** $y=(x^2+1)\,(2x^3-4)$  $(y'=10x^4+6x^2-8x)$

**12.** y=1/x  $(y'= -1/x^2)$

**13.** $y=1/x^3$  $(y`= -3/x^4)$

**14.** $y=1/x^5$  $(y'= -5/x^6)$

**15.** $y=\frac{2}{x^3}+\frac{1}{x^2}-\frac{3}{x}$  $\left(y'=\frac{3x^2-2x-6}{x^4}\right)$

**16.** $y=\sqrt{x}$  $\left(y'=\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$

**17.** $y=\sqrt[3]{x^2}$  $\left(y'=\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}\right)$

**18.** $y=\sqrt[5]{x^3}$  $\left(y'=\frac{3}{5\sqrt[5]{x^2}}\right)$

**19.** $y=2\sqrt[3]{x^2}-3x^2+\frac{1}{5}$  $\left(y'=\frac{4}{3\sqrt[3]{x}}-6x\right)$

**20.** $y=(x+1)^5$  $(y'=5(x+1)^4)$

**21.** $y=(2x^2-3x+1)^3$  $(y'=3\,(2x^2-3x+1)^2\,(4x-3))$

**22.** $y=(x^2+1)^{100}$  $(y'=200\,x\,(x^2+1)^{99})$

**23.** $y=\frac{x+1}{x-1}$  $\left(y'=\frac{-2}{(x-1)^2}\right)$

**24.** $y=\frac{1}{x^2+1}$  $\left(y'=\frac{-2x}{(x^2+1)^2}\right)$

**25.** $y=3\ \frac{2x^2-1}{x^3+1}$  $\left(y'=3\ \frac{-2x^4+3x^2+4x}{(x^3+1)^2}\right)$

**26.** $y=\left(\frac{2x-3}{x+4}\right)^4$  $\left(y'=\frac{44(2x-3)^3}{(x+4)^5}\right)$

**27.** $y=\sqrt{x^2+1}$  $\left(y'=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right)$

**28.** $y=2\sqrt{x^3-x^2+1}\ (2x^2+3)$  $\left(y'=\frac{14x^4-12x^3+9x^2+2x}{\sqrt{x^3-x^2+1}}\right)$

**29.** y=log x  $\left(y'=\frac{1}{x}\log_{10}e=\frac{1}{x\ln 10}\right)$

**30.** y=ln x  (y'=1/x)

**31.** $y=3\log_2 x-4\ln x$  $\left(y'=\frac{-4+3\log_2 e}{x}\right)$

**32.** $y=\ln(3x^2+4x+5)$  $\left(y'=\frac{6x+4}{3x^2+4x+5}\right)$

**33.** $y=\ln\sqrt{x^2-1}$  $\left(y'=\frac{x}{x^2-1}\right)$

**34.** $y=\sqrt{\ln(x^2-1)}$  $\left(y'=\frac{x}{(x^2-1)\sqrt{\ln(x^2-1)}}\right)$

**35.** $y=2^x$

**36.** $y=2^{x^2+x+1}$

**37.** $y=e^{2x^2-3x+5}$

**38.** $y=e^{-x}$  $(y'= -1/e^x)$

**39.** $y=e^{1/x}$

**40.** $y=10^{\sqrt{x}}$

**41.** y=sen 2x

**42.** $y=\text{sen}\ x^2$

**43.** $y=\text{sen}^2 x$  (y'= sen 2x)

**44.** y=2 sen x

**45.** $y=\text{sen}(x^2-2x+1)$

**46.** $y=\cos\sqrt{x}$  $\left(y'=-\frac{\text{sen}\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}\right)$

**47.** $y=\text{sen}^3(x^2+1)$ $\quad (y'=6x\,\text{sen}^2(x^2+1)\cos(x^2+1))$

**48.** $y=\text{tg}\,\dfrac{1}{x}$ $\quad \left(y'=-\dfrac{1+\text{tg}^2\,1/x}{x^2}\right)$

**49.** $y=\text{ctg}(x^2+1)$ $\quad \left(y'=-\dfrac{2x}{\text{sen}^2(x^2+1)}\right)$

**50.** $y=\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{3}{4}x^4+\dfrac{1}{2}x^2-\dfrac{1}{x}$ $\quad (y'=-3x^3+x^2+x+1/x^2)$

**51.** $y=2/x$ $\quad (y'=-2/x^2)$

**52.** $y=2\,\text{sen}\,(x^2+1)$ $\quad (y'=4x\cos(x^2+1))$

**53.** $y=3(x^2-x+1)\,(x^2+x-1)$ $\quad (y'=3(4x^3-2x+2))$

**54.** $y=\dfrac{1}{2}\cos\left(\sqrt{x}+1\right)$ $\quad \left(y'=-\dfrac{\text{sen}\left(\sqrt{x}+1\right)}{4\sqrt{x}}\right)$

**55.** $y=\dfrac{x^2-1}{x^2+1}$ $\quad \left(y'=\dfrac{4x}{(x^2+1)^2}\right)$

**56.** $y=x/2$ $\quad (y'=1/2)$

**57.** $y=\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{x^2}+\dfrac{3}{x^3}+\ln x$ $\quad \left(y'=-\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{4}{x^3}-\dfrac{9}{x^4}+\dfrac{1}{x}\right)$

**58.** $y=\ln^3(x+1)$ $\quad \left(y'=\dfrac{3\ln^2(x+1)}{x+1}\right)$

**59.** $y=(2x^2-1)(x^2-2)(x^3+1)$ $\quad (y'=14x^6-25x^4+8x^3+6x^2-10x)$

**60.** $y=\sqrt{\dfrac{1-x^3}{x^2+1}}$ $\quad \left(y'=-\dfrac{x^4+3x^2+2x}{2\sqrt{(x^2+1)^3}\,\sqrt{1-x^3}}\right)$

**61.** $y=\ln^2 x$ $\quad \left(y'=\dfrac{2\ln x}{x}\right)$

**62.** $y=\ln x^2$ $\quad (y'=2/x)$

**63.** $y=(x^2+1)(x+2)^3$ $\quad (y'=5x^4+24x^3+39x^2+28x+12)$

**64.** $y=\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$ $\quad \left(y'=\dfrac{2-\ln x}{2x\sqrt{x}}\right)$

**65.** $y=\dfrac{1}{3x^5-x^3+2}$ $\quad \left(y'=\dfrac{-15x^4+3x^2}{(3x^5-x^3+2)^2}\right)$

**66.** $y=\text{Ln}\,\text{sen}\,x$

**67.** $y=\text{sen Ln}\,x$

**68.** $y=\sqrt{x^4-2x^2+3}$ $\quad \left(y'=\dfrac{2x^3-2x}{\sqrt{x^4-2x^2+3}}\right)$

**69.** $y=e^{\,\text{sen}\,x}$

**70.** $y=\sqrt{\ln x}$ $\quad \left(y'=\dfrac{1}{2x\sqrt{\ln x}}\right)$

**71.** $y=2^{\,\text{tg}\,x}$

**72.** $y=\sqrt{\dfrac{x^2+1}{x^2-1}}$ $\quad \left(y'=\dfrac{-2x\sqrt{x^2-1}}{(x^2-1)^2\cdot\sqrt{x^2+1}}\right)$

**73.** $y=\cos\,(e^x+1)$

**74.** $y=\sqrt[5]{x^2}+1$ $\quad \left(y'=\dfrac{2}{5\,\sqrt[5]{x^3}}\right)$

**75.** $y=\text{tg}\,(1+\text{Ln}^2 x)$

**76.** $y=\log\,(2^x+5)$

**77.** $y=\dfrac{x^4-2x^2+1}{4}$ $\quad (y'=x^3-x)$

**78.** $y=\dfrac{5}{x^4-2x^2+1}$ $\quad \left(y'=\dfrac{20x-20x^3}{\left(x^4-2x^2+1\right)^2}\right)$

**79.** $y=3\,(x+1)^3\,\sqrt[3]{x+1}$ $\quad \left(y'=10\,\sqrt[3]{(x+1)^7}\right)$

**80.** $y=\ln(x-3)$ $\quad \left(y'=\dfrac{1}{x-3}\right)$

**81.** $y=4\ln\sqrt{x}$ $\quad (y'=2/x)$

**82.** $y=\sqrt{4\ln x}$ $\quad \left(y'=\dfrac{1}{x\sqrt{\ln x}}\right)$

**83.** $y=x^3\sqrt{x}$ $\quad \left(y'=\dfrac{7x^2\sqrt{x}}{2}\right)$

**84.** $y=\sqrt{x}\cdot\ln x$ $\quad \left(y'=\dfrac{2+\ln x}{2\sqrt{x}}\right)$

**85.** $y=\ln\dfrac{x-1}{x+2}$ $\quad \left(y'=\dfrac{3}{(x+2)(x-1)}\right)$

**86.** $y=\ln(x+1)\cdot\log(x-1)$ $\quad \left(y'=\dfrac{\log(x-1)}{x+1}+\dfrac{\ln(x+1)\,\log e}{x-1}\right)$

**87.** $y=\ln(\ln x)$ $\quad \left(y'=\dfrac{1}{x\ln x}\right)$

**88.** $y=\dfrac{3}{\ln(x^2+1)}$ $\quad \left(y'=-\dfrac{6x}{(x^2+1)\,\ln^2(x^2+1)}\right)$

**89.** $y=\sqrt[3]{\dfrac{1}{x+2}}$ $\quad \left(y'=-\dfrac{1}{3\,\sqrt[3]{(x+2)^4}}\right)$

**90.** $y=3\,\dfrac{(x-1)^2(x+2)}{x+1}$ $\quad \left(y'=3\,\dfrac{2x^3+3x^2-5}{(x+1)^2}\right)$

**91.** $y=7\,\dfrac{3x^2-5}{\ln(3x^2-5)}$ $\quad \left(y'=\dfrac{42x\left[-1+\ln(3x^2-5)\right]}{\ln^2(3x^2-5)}\right)$

**92.** $y=e^{x^2}$ $\quad \left(y'=e^{x^2}\cdot 2x\right)$

**93.** $y=x\cdot e^x$ $\quad (y'=(x+1)\cdot e^x)$

**94.** $y=\dfrac{e^x}{x}$ $\quad \left(y'=\dfrac{e^x(x-1)}{x^2}\right)$

**95.** $y=\dfrac{\sqrt{x}}{\ln x}$ $\quad \left(y'=\dfrac{\ln x-2}{2\sqrt{x}\,\ln^2 x}\right)$

**96.** $y=\dfrac{2x+4}{\sqrt{x+3}}$ $\quad \left(y'=\dfrac{x+4}{(x+3)\,\sqrt{x+3}}\right)$

**97.** $y=\text{arc sen}\,(x^2-4)$ $\quad \left(y'=\dfrac{2x}{\sqrt{-x^4+8x^2-15}}\right)$

**98.** $y = \text{arc cos}\ \frac{1}{x}$ $\left(y' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}\right)$

**99.** $y = \frac{-6x^2+72x+4}{(6-x)^2}$ $\left(y' = \frac{440}{(6-x)^3}\right)$

**100.** $y = 2(\sqrt{x} - \text{arc tg}\sqrt{x})$ $\left(y' = \frac{\sqrt{x}}{x+1}\right)$

**101.** $y = \text{arc tg}\ \frac{2x^3-1}{x^2-2}$ $\left(y' = \frac{2x^4-12x^2+2x}{4x^6+x^4-4x^3-4x^2+5}\right)$

**102.** $y = (x^3-4x^2+7x-6)e^x$ $\left(y' = (x^3-x^2-x+1)e^x\right)$

**103.** $y = \text{arc sen}\ \sqrt{1-x^2}$ $\left(y' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}\right)$

**104.** $y = \frac{1}{2}\text{arc tg}\ e^{x^2}$ $\left(y' = \frac{x\,e^{x^2}}{1+e^{2x^2}}\right)$

**105.** $y = \text{arctg}\frac{1+x}{1-x}$ $\left(y' = \frac{1}{1+x^2}\right)$

**106.** $y = \frac{\ln x}{x^3}$ $\left(y' = \frac{1-3\ln x}{x^4}\right)$

**107.** $y = \ln\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$ $\left(y' = \frac{1}{1-x^2}\right)$

**108.** $y = \text{arc sen}\ \frac{2}{\sqrt{x}}$ $\left(y' = -\frac{1}{x\sqrt{x-4}}\right)$

**109.** $y = \sqrt{x^2+1}\ (x^2-1)^2$ $\left(y' = \frac{5x^5-2x^3-3x}{\sqrt{x^2+1}}\right)$

**110.** $y = \frac{1}{3}\ \text{arc tg}\ e^x$

**111.** $y = \frac{x^2+5}{x^2-4}$ $\left(y' = \frac{-18x}{(x^2-4)^2}\right)$

**112.** y = arc sen $(x^2+1)$

**113.** $y = \text{arc cos}\ \sqrt{x}$

**114.** $y = \frac{1}{3x^3} + \frac{2}{x^2} - \frac{3}{x} + 5$ $\left(y' = -\frac{1}{x^4} - \frac{4}{x^3} + \frac{3}{x^2}\right)$

**115.** $y = \text{arc tg}\ \frac{x^2+1}{x^2-1}$

**116.** $y = \sqrt[3]{(x^3+1)^4}$ $\left(y' = 4x^2\ \sqrt[3]{x^3+1}\right)$

**117.** $y = (x+2)\ \ln(x+2)$ (y'= 1+ln(x+2))

**118.** $y = \sqrt{x^2+1}\ (x^2+1)^2$ $\left(y' = 5x\ \sqrt{(x^2+1)^3}\right)$

**119.** $y = (2x+1)^3\ \sqrt[3]{3x-1}$

**120.** $y = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$

## ■ Derivación implícita:

Hallar, por derivación implícita, la derivada de las siguientes funciones:

**121.** $y^2+2xy+5=0$ $\left(y' = \frac{-y}{x+y}\right)$

**122.** $x^2y+xy^2=y+1$ $\left(y' = \frac{y^2+2xy}{-x^2-2xy+1}\right)$

**123.** $x^2+y^2-xy=3$ $\left(y' = \frac{2x-y}{x-2y}\right)$

**124.** $xy^2 = x^2 + y$

Hallar, por derivación implícita, la derivada de las siguientes funciones, en los puntos que se indican:

**125.** $x^3-y^3=y$ en P(1,0) $\left(y' = \frac{3x^2}{3y^2+1};\ y'(P) = 3\right)$

**126.** $x^2+y^2+x+y=16$ en Q(-1,-1/2) $\left(y' = -\frac{2x+1}{2y+1};\ y'(Q) = \nexists\right)$

**127.** $xy^2 + \frac{y}{2} = x+1$ en el origen $\left(y' = \frac{2-2y^2}{4xy+1};\ y'(O) = 0\right)$

## ■ Derivación logarítmica:

Hallar, por derivación logarítmica, la derivada de las siguientes funciones:

**128.** $y=x^x$ $(y'=(1+\ln x)\,x^x)$

**129.** $y=x^{1/x}$ $\left(y'=(1-\ln x)\,x^{1-2x/x}\right)$

**130.** $y=(\text{sen }x)^{\text{sen }x}$ $(y'=[\cos x\ln(\text{sen }x)+\cos x](\text{sen }x)^{\text{sen }x})$

**131.** $y=(\text{sen }x)^{\cos x}$ $(y'=[-\text{sen }x\ln(\text{sen }x)+\text{ctg }x\cos x](\text{sen }x)^{\cos x})$

**132.** $y=(\text{sen }x)^x$ $(y'=(\ln\text{sen }x+x\text{ ctg }x)(\text{sen }x)^x)$

**133.** $y=(e^x)^{\text{sen }x}$ $(y'=(\text{sen }x+x\cos x)\,e^{x\cdot\text{sen }x}$

**134.** $y=x^{x^2}$ $\left(y'=(1+2\ln x)\,x^{x^2+1}\right)$

**135.** $y=(x+1)^{x-1}$ $\left(y'=(x+1)^{x-1}\left[\ln(x+1)+\frac{x-1}{x+1}\right]\right)$

**136.** $y=(\text{sen }x)^{1/x}$ $\left(y'=(\text{sen }x)^{1/x}\left[\frac{-\ln\text{sen }x}{x^2}+\frac{\text{ctg }x}{x}\right]\right)$

**137.** $y=x^{\text{sen }x}$ $\left(y'=\left(\cos x\cdot\ln x+\frac{\text{sen}x}{x}\right)\cdot x^{\text{sen}x}\right)$

## ■ Ejercicios varios:

**138.** **(S)** Dada la función $f(x)=\text{Ln}\sqrt{\frac{1+\text{sen }x}{1-\text{sen }x}}$

se pide: **a)** Determinar los valores de x para los que está definida.

**b)** Hallar su derivada.

*(Soluc: $\forall x\neq\pi/2+n\pi$ con $n\in Z$; $f'(x)=1/\cos x$)*

**139. (S)** Un observador se encuentra a 2000 metros de la torre de lanzamiento de un cohete. Cuando éste despega verticalmente mide la variación del ángulo φ(t) que forma la línea visual que le une con el cohete y la del suelo horizontal en función del tiempo transcurrido. Sabiendo que $\varphi'(t)=1/20$ radianes por segundo cuando $\varphi=\pi/3$, se pide:

**a)** ¿Cuál es la altura del cohete cuando $\varphi=\pi/3$ radianes?

**b)** ¿Cuál es la velocidad del cohete cuando $\varphi=\pi/3$ radianes?

*(Soluc: $2000\sqrt{3}$ m.; 400 m/s)*

**140. (S)** Hallar la derivada vigésimo cuarta de *y=a sen bx* para **a** y **b** constantes. *(Soluc: $y^{(24)}=ab^{24}\text{ sen }bx$)*