

Representación gráfica de funciones

1. - Hallar el dominio:

- a) Si tiene forma de fracción se iguala el denominador a cero.
- b) Si es un polinomio su dominio son todos los reales.
- c) Si es un polinomio se calculan las ramas infinitas haciendo $\rightarrow \lim_{\infty} f(x)$ y $\lim_{-\infty} f(x)$

2. - Puntos de corte con los ejes:

- a) Con el eje X, se iguala la función a cero y se despeja la X.
- b) Con el eje Y, se sustituye la X por cero y se halla la Y.

3. - Signo de la función o Regiones:

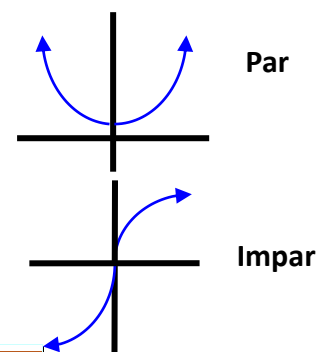
Consiste en colocar sobre una recta los puntos del **dominio**, así como los puntos de **corte con el eje X**, Después damos valores de antes y de después, sustituyéndolos en la función.

CONSECUENCIAS: Donde **dé positivo** será porque la función **va por encima del eje X**, donde **dé negativo** es que **va por debajo**.

4. - Simetrías:

Se halla primero el valor de **f(-x)** pudiendo darse tres opciones:

- a) Si **f(-x) = f(x)**, la función es **par** y por lo tanto simétrica respecto al eje Y.
- b) Si **f(-x) = -f(x)**, la función es **impar** y por lo tanto será simétrica respecto al origen de coordenadas.
- c) También puede ocurrir que la función **NO sea simétrica**.



5. - Asíntotas:

- Nota:**
- \rightarrow Las funciones polinómicas **NO tienen asíntotas** de ningún tipo.
 - \rightarrow Una función **si tiene asíntotas horizontales no tiene oblicuas**.

a) Verticales: Coinciden con el dominio, pero es conveniente realizar un estudio previo con el fin de averiguar por dónde viene la función, para ello hallaremos los límites laterales, por la derecha y por la izquierda de los puntos del dominio.

b) Horizontales: Se halla el $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$. $\left\{ \begin{array}{l} \rightarrow \text{Si da un } N^{\circ} \text{ real tiene asíntota horizontal en } y = N^{\circ} \\ \rightarrow \text{Si da infinito } \text{NO} \text{ tiene.} \end{array} \right.$

c) Oblicuas: $y = m x + n$ m y n se hallan \rightarrow $m = \lim_{\infty} \frac{f(x)}{x}$ $n = \lim_{\infty} [f(x) - mx]$

La recta **y = m x + n** se representa con una pequeña tabla de valores.

6.- Crecimiento y decrecimiento. (monotonía)

- Se halla la primera derivada, y' , de la función y se iguala a cero; obteniéndose así los **puntos críticos**.
- Se colocan sobre una recta los **puntos críticos** así como los del **dominio**.
- Se sustituyen en y' valores de antes y de después de los colocados en el **apartado anterior**.
- Donde dé positivo $f(x)$ es **creciente** donde dé negativo $f(x)$ es **decreciente**.

7.- Máximos y mínimos.

- Se halla la segunda derivada, y'' , de la función y se sustituyen los puntos críticos del **apartado 6a)** donde dé positivo es un **mínimo**, donde dé negativo hay un **máximo**.
- Las segundas coordenadas de los máximos o mínimos se hallan sustituyendo las primeras coordenadas en la **función inicial (no en la derivada)**.

8.- Concavidad y convexidad. (curvatura)

- Se iguala a cero la y'' y se coloca en una línea recta los **valores que dé junto con los del dominio**.
- Se sustituyen en y'' valores de antes y de después de los colocados anteriormente, **donde dé positivo es cóncava, donde dé negativo convexa**.
- Donde la función cambie de cóncava a convexa o viceversa la función tiene un **punto de inflexión**.
- La segunda coordenada se halla igual que la de los máximos y mínimos, sustituyendo en la **función inicial**.



EN RESUMEN

- LA 1ª DERIVADA POSEE 2 FUNCIONES:

- Igualar a 0 y hallar los posibles puntos críticos: (**máximos y mínimos**).
- Estudiar crecimiento y decrecimiento.

- LA 2ª DERIVADA POSEE 3 FUNCIONES:

- Comprobar si los puntos críticos, son máx.o mín.
- Igualar a 0 y hallar los posibles puntos de inflexión.
- Estudiar concavidad y convexidad.

SUGERENCIAS

Una vez hechos los cálculos, pintar en un eje de coordenadas los siguientes elementos:

- Puntos de corte con los ejes.
- Asíntotas.
- Máximos y mínimos.
- Puntos de inflexión.

POR ÚLTIMO.: Recomendar que las gráficas se dibujen de izquierda a derecha.

Ejercicios propuestos de gráficas de funciones

1. $y = x^4 - 3x^2 - 10$	2. $y = 2x^3 - 8x + 1$	3. $y = x^3 - 2x^2 + x - 1$
4. $y = x^3 - 4x^2 + x + 6$	5. $y = x^4 - 10x^2 - 11$	6. $y = \frac{x^2}{2 - x}$
7. $y = \frac{2x}{x^2 + 1}$	8. $y = \frac{x^2}{x + 2}$	9. $y = \frac{x^2 + 1}{x}$
10. $y = \frac{x^2 - 4x + 6}{(x - 2)^2}$	11. $y = \frac{2x^2 - 3}{x^2 - 1}$	12. $y = \frac{2x + 1}{x^2 + x}$
13. $y = \frac{x^2 + 3x - 1}{x + 1}$	14. $y = \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{x^2}$	15. $y = \frac{(x - 2)^2}{x^2 + 3}$