Dominio de una función.

DEFINICIÓN: El dominio es el conjunto de valores para los que la variable x tiene imagen.

1. - Cuando la función sea polinómica, su dominio serán todos los números reales.

Ej. $f(x) = 2x^2 + 5x + 3$ *Dom f(x)=* |R

2. - Cuando la función tenga forma de fracción se iguala el denominador a 0.

Ej. : $\mathbf{f(x)} = \dfrac{3x+2}{5x-10}$; 5x-10=0 ; x=+2 *Dom. f(x)= |R – {2}*

3. - Cuando la función tenga raíces.

a) Si la raíz está en el numerador se cumple: **<u>Radicando ≥ 0</u>**

Ej. $\mathbf{f(x)} = \sqrt{3x-6}$; $3x-6 \geq 0$; $x \geq +2$ *Dom f(x)= [2, +∞)*

Ej.. $\mathbf{f(x)} = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$ $x^2 - 5x + 6 \geq 0$

$$x = \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$ *Dom f(x)= (-∞, 2] ∪ [3 ,+∞)*

b) Si la raíz está en el denominador se cumple: **<u>Radicando > 0</u>**

Ej. $\mathbf{f(x)} = \dfrac{2x+5}{\sqrt{3x+6}}$; $3x + 6 > 0$; $x > -2$ *Dom (-2 , +∞)*

Ej. . $\mathbf{f(x)} = \dfrac{\mathbf{7x+2}}{\sqrt{\mathbf{x^2 - 5x + 6}}}$; $x^2 - 5x + 6 > 0$ $x = \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 3 \end{cases}$ *Dom f(x)= (-∞, 2) ∪ (3 , +∞)*

c) Si dentro de la raíz hay un cociente:

Ej. $\mathbf{f(x)} = \sqrt{\dfrac{2x+4}{3x-6}}$; $\begin{matrix} 2x + 4 = 0 ; x = -2 \\ 3x - 6 = 0 ; x = 2 \end{matrix}$ *Dom f(x)= (-∞, -2] ∪ (2 , +∞)*

Se pinta una recta colocando los valores anteriores y se sustituyen puntos de los intervalos. Valdrán aquellos en los que el cociente sea positivo.

NOTA:		
	$\leq \geq$ ⇨	[,]
	$< >$ ⇨	(,), o bien] , [.
	$-\infty$ $+\infty$ ⇨	( )

Calcula el dominio de las siguientes funciones

1.- $f(x) = x^2 - 3x$

2.- $f(x) = x^2 - 5x + 4$

3.- $f(x) = \dfrac{1}{x-3}$

4.- $f(x) = \dfrac{3}{x^2 - 10x - 11}$

5.- $f(x) = \dfrac{x+3}{x-3}$

6.- $f(x) = \dfrac{\sqrt{x-5}}{\sqrt{2-x}}$

7.- $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$

8.- $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

9.- $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

10.- $f(x) = \dfrac{6}{(1-x)(2+x)}$

11.- $f(x) = \dfrac{1-x^2}{x^2-1}$ *

12.- $f(x) = \dfrac{5x+2}{(x-1)(x+2)(x-3)}$

13.- $f(x) = \dfrac{x-3}{x^2-9}$ *

14.- $f(x) = \sqrt{x^2 + 4}$

15.- $f(x) = \dfrac{2x+3}{\sqrt{x-3}}$

16.- $f(x) = \dfrac{9-x^2}{3+x}$ *

17.- $f(x) = \sqrt{\dfrac{x-3}{x+2}}$

18.- $f(x) = \dfrac{3x+5}{x-2}$

19.- $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$

19. $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^2-9}{x}}$

20. $f(x) = \sqrt{7-x}$

21. $f(x) = \sqrt{3x-12}$

Recorrido de una función.

Es el conjunto de valores que puede tomarla y . Para calcularlo sólo hay que hallar el dominio de la función inversa.

Composición de funciones

Consiste en sustituir la 2ª función en la 1ª función. Ej/ $f(x)=2x + 1$ $g(x)=x^2 - 3$

$(f \circ g)(x) = 2(X^2 - 3)+1 \Rightarrow (f \circ g)(x) = 2X^2 - 6 + 1 \Rightarrow (f \circ g)(x) = 2X^2 - 5$

Se sustituye la función ***g*** en todas las *x* de la función ***f.***

Dadas las funciones **$f(x)= 2X + 1$; $g(x) = X^2 - 3$; $h(x) = \dfrac{X-5}{2}$; $j(x) = \sqrt{X}$**, realiza las operaciones que se indican:

a) $(g \circ h)(x)$;
b) $(h \circ f)(x)$;
c) $(g \circ f)(x)$;
d) $(h \circ g)(x)$;
e) $(h \circ j)(x)$;
f) $(j \circ h)(x)$;

Función inversa o recíproca

Para hallar la función inversa, se realizan los siguientes pasos: $f(x)=\dfrac{2x+7}{6}$

1º.- Cambiar *f(x)* por *y:* $y=\dfrac{2x+7}{6}$

2º.- Despejar *x* : $x=\dfrac{6y-7}{2}$

3º.- Intercambiar *x* por *y* e *y* por *x* : $y=\dfrac{6x-7}{2}$

4º.- $f^{-1}(x)=\dfrac{6x-7}{2}$

Función inversa

Calcula la función recíproca de:

a) $f(x) = 3x+4$

b) $f(x) = 2x - 5$

c) $f(x)=\dfrac{2x-9}{-7}$

d) $f(x)=\dfrac{7x+2}{9}$

e) $f(x)=\dfrac{2x+3}{6x-1}$

f) $f(x)=\dfrac{x^2+5}{2x^2+3}$

g) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-2}}$

h) $g(x) = \log_2 x$

CONTINUIDAD DE FUNCIONES

a) $f(x_0)$	$Si \quad a)=b)=c)$	f(x) es continua
b) $\lim\limits_{x\to x_{0^+}} f(x)$	$Si \quad a)\neq b)=c)$	f(x) es discontinua **evitable**
c) $\lim\limits_{x\to x_{0^-}} f(x)$	$Si \quad b)\neq c)$	f(x) es discontinua **inevitable o de salto***

NOTA: * El salto se halla calculando | b) - c) |

Representa gráficamente y estudia la continuidad de las siguientes funciones:

1) $f(x)=\begin{cases} x-3 & -5\le x<0 \\ x^2 & 0\le x\le 2 \\ 4 & x>2 \end{cases}$

2) $f(x)=\begin{cases} -3x+2 & x\le -2 \\ 2x & -2<x\le 3 \\ x^2-3 & x>3 \end{cases}$

3) $f(x)=\begin{cases} 2x-3 & x<0 \\ 3 & 0\le x\le 1 \\ 2x+3 & x>1 \end{cases}$

4) $f(x)=\begin{cases} x^2+n & x<1 \\ 3 & 1\le x<2 \\ 2x-m & x\ge 2 \end{cases}$

5) $f(x)=\begin{cases} x^2-1 & x\le 2 \\ 2x & x>2 \end{cases}$

6) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x+1} & x<0 \\ x+1 & x>0 \end{cases}$

7) $f(x)=\begin{cases} x^2-k & x<3 \\ 6 & x=3 \\ \dfrac{2x-p}{4-x} & x>3 \end{cases}$

8) $f(x)=\begin{cases} x^2-5x+m & si\ x\le 1 \\ -x^2+n & si\ x>1 \end{cases}$

9) $f(x)=\begin{cases} 2x+4 & \text{si} & x>0 \\ 4-2x & \text{si} & x<0 \end{cases}$

10) $f(x)=\begin{cases} x^2 & si & x<2 \\ 1 & si & x=2 \\ 4 & si & x>2 \end{cases}$

11) $f(x)=\begin{cases} 1 & si & x\le 1 \\ x & si & 1<x\le 3 \\ -x+6 & si & 3<x\le 6 \\ 0 & si & 6<x \end{cases}$

12) $f(x)=\begin{cases} 2x-1 & x<0 \\ -2x-1 & 0\le x\le 2 \\ 2x+1 & x>2 \end{cases}$

13)

a) $f(x)=\begin{cases} x-1 & \text{si} & x\ge 0 \\ x+1 & \text{si} & x<0 \end{cases}$ b) $f(x)=\begin{cases} 2x+3 & \text{si} & x<0 \\ x-1 & \text{si} & x\ge 0 \end{cases}$ c) $f(x)=\begin{cases} 2-x & \text{si} & x\ge 0 \\ x+2 & \text{si} & x<0 \end{cases}$

d) $f(x)=\begin{cases} 2x+1 & \text{si} & x<1 \\ -3x-2 & \text{si} & x\ge 1 \end{cases}$ e) $f(x)=\begin{cases} x+2 & \text{si} & x<0 \\ 2 & \text{si} & 0\le x<1 \\ 3-x & \text{si} & x\ge 1 \end{cases}$ f) $f(x)=\begin{cases} x & \text{si} & x<0 \\ x^2 & \text{si} & x\ge 0 \end{cases}$

g) $f(x)=\begin{cases} 2x+1 & \text{si} & x<-1 \\ 1 & \text{si} & -1<x<0 \\ x^2-2 & \text{si} & x>0 \end{cases}$ h) $f(x)=\begin{cases} x & \text{si} & x<2 \\ -x^2+4x-2 & \text{si} & x\ge 2 \end{cases}$ i) $f(x)=\begin{cases} 2x+1 & \text{si} & x>1 \\ -2x+1 & \text{si} & x<-1 \end{cases}$