Movimiento armónico simple (M.A.S.)

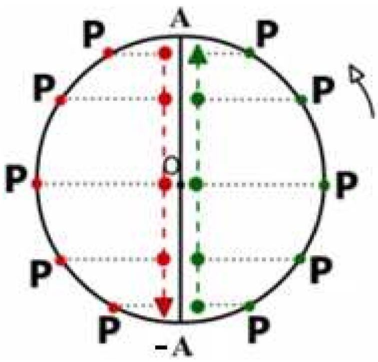
Ley de Hooke.

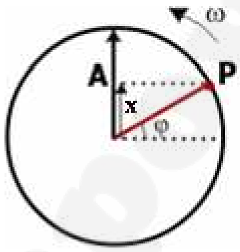
La fuerza aplicada a un muelle es proporcional al alargamiento producido y de sentido contrario.

$$F = -K \cdot x \qquad K \equiv \text{Constante elástica (S.I. N/m)}$$

Ecuación del movimiento armónico simple.

El movimiento vibratorio armónico simple es un movimiento rectilíneo, variado no uniformemente, que se origina al proyectar sobre un diámetro las sucesivas posiciones de un punto P que recorre una circunferencia con movimiento circular uniforme.





$$\boxed{x = A \cdot \text{sen}\left(\omega\, t + \varphi_o\right)}$$

$x \equiv$ elongación (m) $\quad A \equiv$ Amplitud (m) $\quad \omega \equiv$ Pulsación (rad/s) $\quad \varphi_o \equiv$ Fase inicial (rad)

Para calcular φ_o es necesario conocer algunas condiciones

Magnitudes del movimiento armónico simple.

- Periodo (T): Tiempo que tarda en dar una oscilación completa (s)
- Frecuencia (ν o f): Número de oscilaciones en 1 segundo (s^{-1} o Hz)

$$\boxed{T = \frac{1}{f}} \qquad \boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\, f}$$

Velocidad del m.a.s.

$$\boxed{v = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos\left(\omega t + \varphi_o\right)}$$

Se puede expresar en función de la posición. Elevando al cuadrado la ecuación de la velocidad y teniendo en cuenta la ecuación fundamental de la trigonometría:

$$v^2 = A^2\omega^2 \cos^2\left(\omega\, t + \varphi_o\right) = A^2\omega^2\left(1 - \text{sen}^2\left(\omega\, t + \varphi_o\right)\right) = \omega^2\left(A^2 - A^2\text{sen}^2\left(\omega\, t + \varphi_o\right)\right) = \omega^2\left(A^2 - x^2\right)$$

$$\boxed{v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}}$$

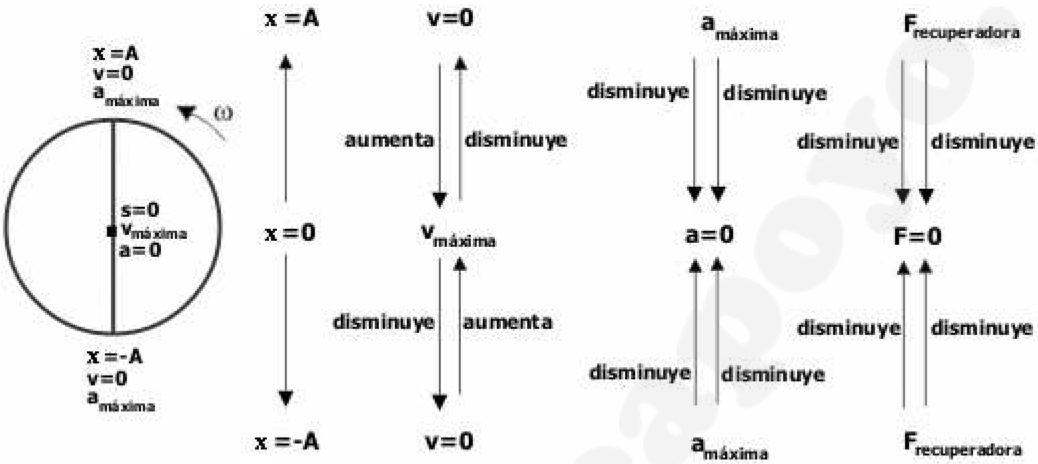
La velocidad será máxima cuando $\cos\left(\omega t + \varphi_o\right) = \pm 1 \;\Rightarrow\; \boxed{v_{máx} = \pm A\omega}$

Aceleración del m.a.s.

$$\boxed{a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \text{sen}\left(\omega t + \varphi_o\right) = -\omega^2 \cdot \underbrace{A\,\text{sen}\left(\omega t + \varphi_o\right)}_{x} = -\omega^2 x}$$

La aceleración será máxima cuando $\text{sen}\left(\omega t + \varphi_o\right) = \pm 1$, siendo $a_{máx} = \pm A\omega^2$

El movimiento armónico simple es un movimiento rectilíneo y periódico cuya aceleración es proporcional a la elongación y de sentido contrario



Dinámica del m.a.s.

$$\left.\begin{array}{r} \left.\begin{array}{r} F = m \cdot a \\ a = -\omega^2 x \end{array}\right\} : F = -m \cdot \omega^2 x \\ F = -K \cdot x \end{array}\right\} : K = m \cdot \omega^2$$

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} \qquad \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}}$$

Energía del m.a.s.

Energía cinética: $\boxed{E_c = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m\,A^2\omega^2 \cos^2\left(\omega t + \varphi_o\right) = \frac{1}{2} K\,A^2 \cos^2\left(\omega t + \varphi_o\right)}$

Se puede expresar en función de la posición

$$\left.\begin{array}{r} \left.\begin{array}{r} E_c = \frac{1}{2} mv^2 \\ v^2 = \omega^2\left(A^2 - x^2\right) \end{array}\right\} : E_c = \frac{1}{2} m\,\omega^2\left(A^2 - x^2\right) \\ K = m\,\omega^2 \end{array}\right\} : \boxed{E_c = \frac{1}{2} K\left(A^2 - x^2\right)}$$

Energía potencial: $\boxed{E_p = \frac{1}{2} K\,x^2 = \frac{1}{2} K\,A^2 \text{sen}\left(\omega t + \varphi_o\right)}$

Energía mecánica: $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} K\left(A^2 - x^2\right) + \frac{1}{2} K\,x^2 = \frac{1}{2} K\,A^2$

$$\boxed{E_T = \frac{1}{2} KA^2}$$

Trabajo realizado entre dos posiciones: $\boxed{W_{1\to 2} = -\Delta E_p = \frac{1}{2} K \cdot \left(x_1^2 - x_2^2\right)}$

Péndulo simple

Periodo: $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}}$

$L \equiv$ Longitud del péndulo