TRIGONOMETRÍA (I)

1. Expresa en grados y radianes cada uno de los siguientes ángulos: 36º, 1 rad, $3\pi/5$ rad, 80º
Sol: $\pi/4$ rad, 57º18',108º, $4\pi/9$ rad
2. Halla, sin calculadora, las razones trigonométricas de 30º, 45º y 60º.
3. Sabiendo que $0º < \alpha < 90º$, halla las restantes razones trigonométricas en cada uno de los casos siguientes:
   a. $\text{sen}\alpha = \sqrt{2}/3$ Sol: c= $\sqrt{7}/3$, t= $\sqrt{14}/7$
   b. $\text{tg}\alpha = \sqrt{15}$ Sol: s= $\sqrt{15}/4$, c=1/4,
4. Halla, sin calculadora, las razones trigonométricas de 0º, 90º, 180º, 270º y 360º.
5. Escribe en una tabla el valor del seno y el coseno de 0º, 30º, 45º, 60º y 90º y di cual es la regularidad que se observa en ella. Sol: s= $\sqrt{n}/2$, n=lugar que ocupa el ángulo
6. Halla las restantes razones trigonométricas del ángulo α, siendo $90º < \alpha < 360º$, en los siguientes casos:
   a. $\cos\alpha = \sqrt{5}/3$ Sol: s=-2/3, t= $-2\sqrt{5}/3$
   b. $\text{tg}\alpha = \sqrt{7}/3$ Sol: s= $-\sqrt{7}/4$, c=-3/4
7. Calcula las razones trigonométricas de los siguientes ángulos relacionándolos con otros conocidos y sin usar calculadora: 135º, 240º, 330º, - 210º, 2475º
Sol: $\sqrt{2}/2$, $-\sqrt{2}/2$, -1; $-\sqrt{3}/2$, -1/2, $\sqrt{3}$; -1/2, $\sqrt{3}/2$, $-\sqrt{3}/3$; 1/2, $-\sqrt{3}/2$, $-\sqrt{3}/3$; $-\sqrt{2}/2$, $\sqrt{2}/2$, -1
8. Desde un punto P exterior a una circunferencia de 10 cm de radio, se trazan las tangentes a dicha circunferencia que forman entre sí un ángulo de 40°. Calcula la distancia de P a cada uno de los puntos de tangencia. Sol: 27,47 cm
9. Dos vías de tren de 1,4 m de ancho se cruzan formando un rombo. Si un ángulo de corte es de 40°, ¿cuánto valdrá el lado del rombo? Sol: 2,18 m
10. Halla el lado del octógono inscrito y del octógono circunscrito en una circunferencia de radio 5 cm. Sol: 3,83 y 4,14 cm
11. En un círculo de 15 cm de radio, halla el área comprendida entre una cuerda de 20 cm de longitud y el diámetro paralelo a ella. Sol: = 301,04 cm^2
12. Dos circunferencias son tangentes exteriormente y sus radios miden 9 m y 4 m. Halla el ángulo que forman sus tangentes comunes. Sol: 45°14'23''
13. Resuelve los siguientes triángulos:
   a. a=37cm, b=42cm y c=68cm Sol: A=28º31';B=32º49';C=118º40'
   b. A=55º, B=98º y a=7,5cm Sol: b=9,1cm;c=4,2cm;C=27º
   c. A=35º, b=20cm y c=14cm Sol: a=11,7cm;B=101º40';C=43º20'
   d. a=3cm, b=8cm y A=25º Sol: No existe
   e. a=12,6cm, b=26,4cm y C=124º34' Sol: A=23º9';C=32º17';c=17,1cm
   f. a=82,6cm, b=115cm y A=28º4' Sol: B=40º55';C=111º35';c=163,9cm o B=139º5';C=12º51';c=39,1cm
14. Para localizar una emisora clandestina, dos receptores, *A* y *B*, que distan entre sí 10 km, orientan sus antenas hacia el punto donde está la emisora. Estas direcciones forman con *AB* ángulos de 40° y 65°. ¿A qué distancia de *A* y *B* se encuentra la emisora? Sol: 9,38 y 6,65 km
15. En un entrenamiento de fútbol se coloca el balón en un punto situado a 5 m y 8 m de cada uno de los postes de la portería, cuyo ancho es de 7 m. ¿Bajo qué ángulo se ve la portería desde ese punto? Sol: 60°
16. Un avión vuela entre dos ciudades, A y B, que distan 80 km. Las visuales desde el avión a A y a B forman ángulos de 29° y 43° con la horizontal, respectivamente. ¿A qué altura está el avión? Sol: 27,8 km
17. Una estatua de 2,5 m de alto está colocada sobre un pedestal. Desde un punto del suelo se ve el pedestal bajo un ángulo de 15° y la estatua, bajo un ángulo de 40°. Calcula la altura del pedestal. Sol: 0,58 m
18. Dos barcos parten de un puerto con rumbos distintos que forman un ángulo de 127°. El primero sale a las 10 h de la mañana con una velocidad de 17 nudos, y el segundo sale a las 11 h 30 min, con una velocidad de 26 nudos. Si el alcance de sus equipos de radio es de 150 km, ¿podrán ponerse en contacto a las 3 de la tarde? (Nudo = milla/hora; milla = 1 850 m Sol: No; dist=291,4 km

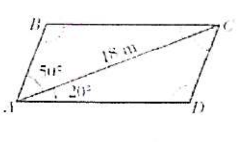

figura 1

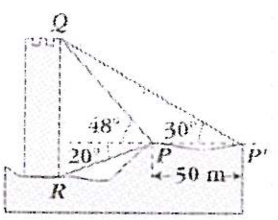

figura 2

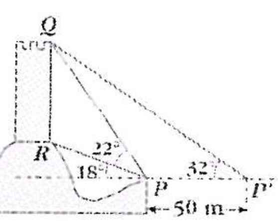

figura 3

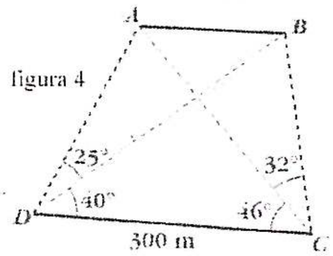

figura 4

TRIGONOMETRÍA (II)

19. Calcula el área y las longitudes de los lados y de la otra diagonal del paralelogramo de la figura 1.
Sol: 90,3 m^2; 6,6; 14,7; 13,9 m
20. Halla la altura de la torre QR de pie inaccesible y más bajo que el punto de observación, con los datos de la figura 2.
Sol: 79,82 m
21. Calcula la altura de la torre QR, cuyo pie es inaccesible y más alto que el punto donde se encuentra el observador, con los datos de la figura 3.
Sol: 74,99 m
22. Halla la distancia entre dos puntos inaccesibles A y B, tomados en dos puntos accesibles C y D, con los datos de la figura 4.
Sol: 156,96 m
23. Halla las razones trigonométricas de 15º de dos formas:
    a. Considerando 15º=45º-30º — Sol: $\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)/4$, $\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)/4$, $2-\sqrt{3}$
    b. Considerando 15º=30º/2 — Sol: $\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)/2$, $\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)/2$, $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$
24. Si sen α = - 3/5 y 180º < α < 270º, calcula sin hallar previamente el ángulo α:
$\cos(\pi+\alpha)$, $\operatorname{sen}(2\alpha)$, $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$, $\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$, $\operatorname{tg}(\pi-\alpha)$, $\operatorname{sen}\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)$
Sol: 4/5, 24/25, -3, -4/5, -3/4, $\left(-3\sqrt{3}-4\right)/10$
25. Si tg α = - 4/3 y 90º < α < 180º calcula sin hallar previamente el ángulo α:
$\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$, $\cos\left(180º-\frac{\alpha}{2}\right)$ — Sol: -3/5, $-\sqrt{5}/5$
26. Sabemos que sen α = - 1/4 siendo 270º<α<360º y que tg β = 2 siendo 0º < β < 180º. Calcula sin hallar previamente los ángulo α y β: $\operatorname{sen}(\alpha+\beta)$, $\cos(\alpha-\beta)$, $\operatorname{sen}(2\alpha-\beta)$, $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$
Sol: $\left(-4\sqrt{3}-3\right)/10$, $-\left(25\sqrt{3}+48\right)/11$, 7/25, $-31\sqrt{2}/25$

Nº 27. Simplifica:
    a. $\operatorname{sen}\alpha\cdot\cos 2\alpha-\cos\alpha\cdot\operatorname{sen}2\alpha$ — Sol: -sen α
    b. $\dfrac{2\cos(45º+\alpha)\cdot\cos(45º-\alpha)}{\cos 2\alpha}$ — Sol: 1

Nº 28. Demuestra:
    a. $\dfrac{\operatorname{sen}(\alpha+\beta)}{\operatorname{sen}(\alpha-\beta)}=\dfrac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta}$
    b. $\dfrac{2\operatorname{sen}\alpha-\operatorname{sen}2\alpha}{2\operatorname{sen}\alpha+\operatorname{sen}2\alpha}=\operatorname{tg}^2\dfrac{\alpha}{2}$
    c. $2\operatorname{tg}\alpha\cdot\cos^2\dfrac{\alpha}{2}-\operatorname{sen}\alpha=\operatorname{tg}\alpha$
    d. $\cos\left(\alpha+\dfrac{\pi}{3}\right)-\cos\left(\alpha+\dfrac{2\pi}{3}\right)=\cos\alpha$
    e. $\cos\alpha\cdot\cos(\alpha-\beta)+\operatorname{sen}\alpha\cdot\operatorname{sen}(\alpha-\beta)=\cos\beta$

29. Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:
    a. $2\cos^2 x+\cos x-1=0$ — Sol: 60º+k.120º (k∈Z)
    b. $2\operatorname{sen}^2 x-1=0$ — Sol: 45º+k.90º (k∈Z)
    c. $\operatorname{tg}^2 x-\operatorname{tg}x=0$ — Sol: k.180º; 45º+k.180º (k∈Z)
    d. $2\operatorname{sen}^2 x+3\cos x=3$ — Sol: k.360º; 60º+k.360º; 300º+k.360º (k∈Z)
    e. $2\cos x-1+\operatorname{sen}x=0$ — Sol: 90º+k.360º; 323º8'+k.360º (k∈Z)
    f. $\operatorname{sen}x=\cos x$ — Sol: 45º+k.180º (k∈Z)
    g. $\operatorname{sen}x=\operatorname{tg}x$ — Sol: k.180º (k∈Z)
    h. $\operatorname{tg}x=\sqrt{2}\cos x$ — Sol: 45º+k.360º; 135º+k.360º (k∈Z)
    i. $2\operatorname{sen}x\cos^2 x-6\operatorname{sen}^3 x=0$ — Sol: k.180º; 30º+k.180º; 150º+k.180º (k∈Z)
    j. $\operatorname{sen}2x+2\cos^2 x=0$ — Sol: 90º+k.180º; 135º+k.180º (k∈Z)
    k. $\sqrt{2}\cos\left(\dfrac{x}{2}\right)-\cos x=1$ — Sol: 90º+k.360º; 180º+k.360º (k∈Z)
    l. $\operatorname{sen}(\pi-x)=\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}-x\right)+\cos\pi$ — Sol: 150º+k.360º; 210º+k.360º (k∈Z)
    m. $\operatorname{sen}\left(\dfrac{\pi}{4}-x\right)+\sqrt{2}\operatorname{sen}x=0$ — Sol: 135º+k.180º (k∈Z)
    n. $\operatorname{sen}3x-\operatorname{sen}x=0$ — Sol: k.180º; 45+k.90º (k∈Z)