


1. Utilizando identidades notables, desarrollar las siguientes expresiones:

- |                 |                   |                   |                               |
|-----------------|-------------------|-------------------|-------------------------------|
| a) $(x+2)^2$    | e) $(3x-5)^2$     | i) $(3x-2)^2$     | m) $(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})$ |
| b) $(x-2)^2$    | f) $(3x+2)(3x-2)$ | j) $(2x+5)(2x-5)$ | n) $(x+\sqrt{2})^2$           |
| c) $(x+2)(x-2)$ | g) $(ax+1)^2$     | k) $(-1+2x)^2$    | o) $(x^2+x+2)^2$              |
| d) $(2x+3)^2$   | h) $(ax-b)^2$     | l) $(-2-x)^2$     |                               |

2. a) Razonar por qué  $(A-B)^2$  y  $(B-A)^2$  dan el mismo resultado. b) Ídem con  $(A+B)^2$  y  $(-A-B)^2$

3. Averiguar de qué expresiones notables proceden los siguientes polinomios (Fíjate en el 1<sup>er</sup> ejemplo):

- |                       |                  |                   |               |
|-----------------------|------------------|-------------------|---------------|
| a) $x^2+2x+1=(x+1)^2$ | g) $9-x^2$       | m) $x^2+10x+25$   | s) $x^2-6x+9$ |
| b) $x^2-4x+4$         | h) $x^2+2ax+a^2$ | n) $x^2-2$        | t) $x^2-25$   |
| c) $x^2-1$            | i) $3x^2+6x+3$   | o) $4x^2-9$       | u) $25x^2-16$ |
| d) $x^2+6x+9$         | j) $x^2-a^2$     | p) $a^2x^2-2ax+1$ |               |
| e) $x^2-8x+16$        | k) $a^2x^2-b^2$  | q) $x^4-16$       |               |
| f) $x^2-4$            | l) $x^2-16$      | r) $4x^2+4x+1$    |               |

 Ejercicios libro: **pág. 34: 13; pág. 42: 35 y 36; pág. 43: 53** (pasar a identidad notable); **pág. 43: 54** (más elaborado)

4. Utilizar **identidades notables** para simplificar las siguientes fracciones algebraicas:

- |                                |                               |                                    |                                     |
|--------------------------------|-------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|
| a) $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1}$    | (Soluc: $\frac{x-1}{x+1}$ )   | f) $\frac{x^2-y^2}{x^2+xy}$        | (Soluc: $1-\frac{y}{x}$ )           |
| b) $\frac{x^2-16}{x^2-4x}$     | (Soluc: $1+\frac{4}{x}$ )     | g) $\frac{x^2-4}{x^2-4x+4}$        | (Soluc: $\frac{x+2}{x-2}$ )         |
| c) $\frac{2x+4}{2x-4}$         | (Soluc: $\frac{x+2}{x-2}$ )   | h) $\frac{x^2+2x+1}{x^4-1}$        | (Soluc: $\frac{x+1}{x^3-x^2+x-1}$ ) |
| d) $\frac{2x^2-2}{3x^2+6x+3}$  | (Soluc: $\frac{2x-2}{3x+3}$ ) | i) $\frac{x^2-2ax+a^2}{x^2-a^2}$   | (Soluc: $\frac{x-a}{x+a}$ )         |
| e) $\frac{x^2+2ax+a^2}{mx+ma}$ | (Soluc: $\frac{x+a}{m}$ )     | j) $\frac{a^2x^2-1}{a^2x^2+2ax+1}$ | (Soluc: $\frac{ax-1}{ax+1}$ )       |

**RECORDAR:**

**TEOREMA DEL FACTOR:** "P(x) es divisible por x-a (o dicho de otra forma, P(x) contiene el factor x-a) si se cumple que P(a)=0"

**Ejemplo:** Dado P(x)=x<sup>2</sup>+x-2, como P(1)=0, podemos asegurar que P(x) es divisible por x-1

De hecho, puede comprobarse que al factorizarlo se obtiene x<sup>2</sup>+x-2=(x-1)(x+2)

5. Utilizar el **teorema del factor** para simplificar, siempre que sea posible, las siguientes fracciones algebraicas:

a)  $\frac{x-2}{x^2+x-6}$  (Soluc:  $\frac{1}{x+3}$ )

h)  $\frac{x-3}{x^2+5x+6}$  (Soluc: irreducible)

b)  $\frac{x-1}{2x^2-3x+1}$  (Soluc:  $\frac{1}{2x-1}$ )

i)  $\frac{x-1}{5x^2+4x-9}$  (Soluc:  $\frac{1}{5x+9}$ )

c)  $\frac{x^2+x-6}{x^2-4}$  (Soluc:  $\frac{x+3}{x+2}$ )

j)  $\frac{x^3-1}{x^2-1}$  (Soluc:  $\frac{x^2+x+1}{x+1}$ )

d)  $\frac{x^2-1}{5x^2+4x-9}$  (Soluc:  $\frac{x+1}{5x+9}$ )

k)  $\frac{2x^2-x-6}{x^2-4}$  (Soluc:  $\frac{2x+3}{x+2}$ )

e)  $\frac{x+2}{x^2-1}$  (Soluc: irreducible)

l)  $\frac{x^2-a^2-a}{x^2-a^2}$  (Soluc:  $\frac{x+a+1}{x+a}$ )

f)  $\frac{x^2+x-2}{x+2}$  (Soluc:  $x-1$ )

☞ Ejercicio libro: **pág. 38: 20**

g)  $\frac{2x-2}{x^2+x-2}$  (Soluc:  $\frac{2}{x+2}$ )

6. Averiguar, **factorizando** previamente numerador y denominador, si es posible simplificar las siguientes fracciones algebraicas:

a)  $\frac{x^2-3x+2}{x^2-x-2}$  (Soluc:  $\frac{x-1}{x+1}$ )

k)  $\frac{x^3-2x^2-5x+6}{x^3+4x^2+x-6}$  (Soluc:  $\frac{x-3}{x+3}$ )

b)  $\frac{x^2+x-2}{x^2+3x+2}$  (Soluc:  $\frac{x-1}{x+1}$ )

l)  $\frac{4x^3+7x^2+2x-1}{x^3+3x^2+3x+1}$  (Soluc:  $\frac{4x-1}{x+1}$ )

c)  $\frac{x^2-5x+6}{x^2+5x+6}$  (Soluc: irreducible)

m)  $\frac{2x^3-x^2-8x+4}{x^3+8}$  (Soluc:  $\frac{2x^2-5x+2}{x^2-2x+4}$ )

d)  $\frac{2x^2-3x+1}{2x^2-x-1}$  (Soluc:  $\frac{2x-1}{2x+1}$ )

n)  $\frac{4x^3-2x^2-4x+2}{2x^3-5x^2+4x-1}$  (Soluc:  $\frac{2x+2}{x-1}$ )

e)  $\frac{x^3-6x^2+11x-6}{x^3-2x^2-x+2}$  (Soluc:  $\frac{x-3}{x+1}$ )

o)  $\frac{2x^3-x^2-2x+1}{2x^3-5x^2+4x-1}$  (Soluc:  $\frac{x+1}{x-1}$ )

f)  $\frac{x^2+x+2}{x^2-x+1}$  (Soluc: irreducible)

p)  $\frac{x^3-3x^2-x+3}{x^3-3x^2+4x-12}$  (Soluc:  $\frac{x^2-1}{x^2+4}$ )

g)  $\frac{x^3+6x^2+11x+6}{x^3-4x^2+x+6}$  (Soluc:  $\frac{x^2+5x+6}{x^2-5x+6}$ )

q)  $\frac{x^2+x+1}{x^3-1}$  (Soluc:  $\frac{1}{x-1}$ )

h)  $\frac{x^3-3x^2+3x-1}{x^2-2x+1}$  (Soluc:  $x-1$ )

r)  $\frac{4x^3-8x^2-x+2}{2x^3-x^2-8x+4}$  (Soluc:  $\frac{2x+1}{x+2}$ )

i)  $\frac{4x^2-1}{4x^2+4x+1}$  (Soluc:  $\frac{2x-1}{2x+1}$ )

s)  $\frac{x^2-4}{x^3-7x-6}$  (Soluc:  $\frac{x-2}{x^2-2x-3}$ )

j)  $\frac{x^3-x^2-10x-8}{x^2+3x-4}$  (Soluc: irreducible)

7. Efectuar las siguientes sumas y restas reduciendo previamente a común denominador y dando el resultado simplificado (NOTA: Con un \* se indican aquellos casos en los que, al final del proceso de sumas y restas de F.A., se obtiene una expresión que se puede simplificar):

a)  $\frac{3}{2x+4} + \frac{2x}{x^2-4}$  (Soluc:  $\frac{7x-6}{2x^2-8}$ )

b)  $\frac{x^2-1}{x^3} - \frac{2x}{x^2+7}$  (Soluc:  $\frac{-x^4+6x^2-7}{x^5+7x^3}$ )

c) $\frac{x}{x^2-1} + \frac{1}{x^2-x-2}$	$\left( \text{Soluc: } \frac{x^2-x-1}{x^3-2x^2-x+2} \right)$	r) $\frac{a+b}{a-b} - \frac{2ab}{a^2-b^2}$	$\left( \text{Soluc: } \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} \right)$
d) $\frac{x-2}{x+2} + \frac{x+2}{x-2}$	$\left( \text{Soluc: } \frac{2x^2+8}{x^2-4} \right)$	* s) $\frac{1}{x-2} - \frac{x^2+4x+8}{(x+2)^2(x-2)} + \frac{1}{x^2-4}$	$\left( \text{Soluc: } \frac{1}{x^2+4x+4} \right)$
e) $\frac{2x}{x^2-4} + \frac{x+1}{4x-8}$	$\left( \text{Soluc: } \frac{x^2+11x+2}{4x^2-16} \right)$	* t) $\frac{x-2}{x+2} - \frac{1}{x-2} + \frac{6x-x^2}{x^2-4}$	$\left( \text{Soluc: } \frac{1}{x-2} \right)$
f) $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1}$	$\left( \text{Soluc: } \frac{4x}{x^2-1} \right)$	* u) $\frac{1}{x-1} - \frac{3x+3}{x^2+x-2} + \frac{1}{x+2}$	$\left( \text{Soluc: } \frac{1}{1-x} \right)$
* g) $\frac{1}{x+1} + \frac{2x}{x^2-1} - \frac{1}{x-1}$	$\left( \text{Soluc: } \frac{2}{x+1} \right)$	v) $\frac{x-1}{x^2-4} - \frac{x-2}{x^2+2x} + \frac{1}{x-2}$	$\left( \text{Soluc: } \frac{x^2+5x-4}{x^3-4x} \right)$
h) $1 - \frac{x}{y}$	$\left( \text{Soluc: } \frac{y-x}{y} \right)$	* w) $\frac{x+1}{x-2} + \frac{x-2}{x+2} - \frac{12}{x^2-4}$	$\left( \text{Soluc: } \frac{2x+3}{x+2} \right)$
i) $x - \frac{x^2-1}{x}$	$\left( \text{Soluc: } \frac{1}{x} \right)$	x) $\frac{x-2}{x^2+x-2} - \frac{x+1}{x^2-4} + \frac{x+3}{x^2-3x+2}$	$\left( \text{Sol: } \frac{x^2+x+11}{x^3-x^2-4x+4} \right)$
j) $\frac{3x-2}{x^2-1} + \frac{x+2}{x-1}$	$\left( \text{Soluc: } \frac{x^2+6x}{x^2-1} \right)$	y) $\frac{x^2-x+9}{x^3-9x} + \frac{1}{x^2-9} - \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x}$	$\left( \text{Soluc: } \frac{1}{x+3} \right)$
k) $\frac{7x}{6x+12} - \frac{x+5}{2x^2-8}$	$\left( \text{Soluc: } \frac{7x^2-17x-15}{6x^2-24} \right)$	z) $\frac{2x}{x-1} + \frac{3x+1}{x-1} - \frac{1-x}{x^2-1}$	$\left( \text{Soluc: } \frac{5x^2+7x}{x^2-1} \right)$
l) $\frac{x+3}{x^2+1} + \frac{2x}{x-3}$	$\left( \text{Soluc: } \frac{2x^3+x^2+2x-9}{x^3-3x^2+x-3} \right)$	α) $\frac{4}{x+1} + \frac{x}{x^2+1} + \frac{x+1}{x-1}$	$\left( \text{Soluc: } \frac{x^4+7x^3-2x^2+5x-3}{x^4-1} \right)$
m) $\frac{3x}{x^2-1} - \frac{x+2}{x+1}$	$\left( \text{Soluc: } \frac{-x^2+2x+2}{x^2-1} \right)$	β) $\frac{3}{2x-4} + \frac{1}{x+2} - \frac{x+10}{2x^2-8}$	$\left( \text{Soluc: } \frac{2}{x+2} \right)$
n) $\frac{3}{x-1} + \frac{x}{x+1} - \frac{x+1}{x^2-1}$	$\left( \text{Soluc: } \frac{x^2+x+2}{x^2-1} \right)$	* γ) $\frac{x-x^2}{1-x^2} + \frac{1+x}{x^2+2x+1} - \frac{1-2x}{1+x}$	$\left( \text{Soluc: } \frac{3x}{x+1} \right)$
o) $\frac{x+2y}{x^2-y^2} + \frac{2x-5y}{x-y}$	$\left( \text{Soluc: } \frac{2x^2-5y^2-3xy+x+2y}{x^2-y^2} \right)$	δ) $\frac{1}{x(x-1)} + \frac{2x+1}{x^2-1} + \frac{x}{(x+1)^2}$	$\left( \text{Soluc: } \frac{3x^3+3x^2+3x+1}{x^4+x^3-x^2-x} \right)$
p) $\frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz}$	$\left( \text{Soluc: } \frac{x-z}{xz} \right)$	ε) $\frac{1}{x^2-9x+20} - \frac{1}{x^2-11x+30} + \frac{1}{x^2-10x+24}$	$\left( \text{Soluc: } \frac{x-7}{x^3-15x^2+24x-120} \right)$
q) $x + \frac{1}{x}$	$\left( \text{Soluc: } \frac{x^2+1}{x} \right)$		

👉 Ejercicios libro: **pág. 44: 58 a 61**

8. Efectuar los siguientes productos y cocientes, dando el resultado simplificado:

a) $\frac{3x-1}{x^2-9} \cdot \frac{x+3}{2x}$	$\left( \text{Soluc: } \frac{3x-1}{2x^2-6x} \right)$	f) $\frac{x+1}{\frac{x^2-2}{x-1}} =$	$\left( \text{Soluc: } \frac{x^3+x^2+2x+2}{x^3-x^2-2x+2} \right)$
b) $\frac{x+1}{x^2-2} \cdot \frac{x^2+2}{x-1}$	$\left( \text{Soluc: } \frac{x^2-1}{x^4-4} \right)$	g) $\frac{\frac{x-1}{x^2-1}}{\frac{x+1}{x^2+2x+1}} =$	$(\text{Soluc: } 1)$
c) $\frac{x+1}{\frac{x+2}{x+1}} =$	$\left( \text{Soluc: } \frac{x+3}{x+2} \right)$	h) $\frac{x^3-3ax^2+3a^2x-a^3}{\frac{x+a}{x-a} \cdot \frac{x+a}{x+a}} =$	$(\text{Soluc: } x^2-2ax+a^2)$
d) $\frac{\frac{3x+1}{x^2-4}}{x} =$	$\left( \text{Soluc: } \frac{3x^2-5x-2}{x^2+2x} \right)$	i) $\frac{9 \cdot \frac{x+2y}{3} + 6z}{3} =$	$(\text{Soluc: } x+2y+2z)$
e) $\frac{3x-1}{x^2} \cdot \frac{x+1}{x^5}$	$\left( \text{Soluc: } \frac{3x^2+2x-1}{x^7} \right)$	j) $\frac{\frac{x}{3}}{x - \frac{x}{3}} =$	$(\text{Soluc: } 1/2)$

k)  $\frac{A}{B}(1-B) + A =$

(Soluc : A/B)

l)  $\frac{\frac{x^3 - x}{2x^2 + 6x}}{\frac{5x^2 - 5x}{2x + 6}} =$

(Soluc :  $\frac{x+1}{5x}$ )

m)  $\frac{\frac{2}{a} - 1}{\frac{2}{-1/2}} =$

(Soluc : a - 2)

☞ Ejercicios libro: **pág. 44: 62, 64 y 65**

9. Efectuar las siguientes operaciones combinadas con F.A. y simplificar:

a)  $\left(1 - \frac{1}{x}\right) \cdot \left(\frac{2x}{x^2-1} - \frac{1}{x+1}\right) =$

(Soluc :  $\frac{1}{x}$ )

b)  $\frac{x^2+1}{x^2-1} + \frac{x+2}{x-2} - \frac{x-1}{x+1} =$

(Soluc :  $\frac{2x^3 - 2x^2 - 2x}{x^3 - 2x^2 - x + 2}$ )

c)  $\left(\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} - \frac{a+b}{a-b}\right) \frac{a+b}{ab} =$

(Soluc :  $-\frac{2}{a-b}$ )

d)  $\frac{xy}{x^2-y^2} : \frac{x-y}{y} + \frac{y}{x-y} =$

(Soluc :  $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$ )

☞ Ejercicios libro: **pág. 39: 22; pág. 44: 63, 66 y 67**

10. Demostrar que: a)  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-c}{b-d} = \frac{a}{b}$

b)  $\frac{(a+b)^2}{4} - \frac{(a-b)^2}{4} = a \cdot b$