

2.9. Problemas

1. Calcular las potencias:

$$(-3)^2; \quad -3^2; \quad (-0'15)^2; \quad 0'01^4; \quad (-2/3)^3$$

Solución: 9, -9, 0'0225, 0'00000001, -8/27

2. Reducir a una sola potencia

a) $(-1/2)^2 \cdot (1/2)^5 \cdot (1/2)^3 \cdot (1/2) =$

b) $\{[(-0'1)^2]^3\}^3 =$

c) $[(-1/2)^2]^5 =$

Solución: a) $(1/2)^{11}$, b) $(0'1)^{18}$, c) $(1/2)^{10}$

3. Efectuar $(-1/2)^2 + (3/2)^3 - (5/3)^2 =$

Solución: 61/72

4. Efectuar:

$$\{[(-3/5)^3 \cdot (-3/5)^2] : (-3/5)^6\} + (4/3)^3(3/2)^4 =$$

Solución: 31/3

5. Calcular

a) $(-1/2)^{-1} =$

b) $[(16/5) - 1'2]^{-3} =$

c) $\left(\frac{1}{5} - 2\right)^{-2} =$

Solución: a) -2, b) 1/8, c) 25/81

6. Simplificar

a) $\frac{3024}{4200}$; b) $\frac{441}{1350}$; c) $\frac{1331}{165}$

Solución: a) 18/25, b) 49/150, c) 121/15

7. Simplificar

a) $\frac{a^2 - 9}{2a - 6}$; b) $\frac{14a^2 + 3a^2}{7a}$

c) $\frac{a^2 - ab + b^2}{a^2 - b^2}$

Solución: a) $(a+3)/2$, b) $17a/7$, c) $(a-b)/(a+b)$

8. Simplificar

a) $\frac{(p^2 - 4)^{-1}}{(p^2 - 2p)^{-1}}$; b) $(z^4 - 1)(z^2 - 2z + 1)^{-1}$

Solución: a) $p/(p+2)$, b) $[(z+1)(z^2+1)]/(z-1)$

9. Efectuar y poner el resultado en forma de notación científica:

a) $1'2 \cdot 10^{15} \cdot 2 \cdot 10^{-8}$

b) $\frac{4'2 \cdot 10^{13} + 2 \cdot 10^{19}}{2 \cdot 10^{-8}}$

c) $\frac{3'2 \cdot 10^7 - 4 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^{-8} + 10^5}$

Solución: a) $2'4 \cdot 10^7$, b) $1'0000021 \cdot 10^{27}$, c) $-3'6 \cdot 10^3$

10. Calcular las siguientes raíces por el método más rápido

a) $\sqrt[3]{8 \cdot 27 \cdot 64}$; b) $\sqrt[3]{0'064^2}$; c) $\sqrt{\frac{25}{0'0001}}$

Solución: a) 24, b) 0'16, c) 500

11. Efectuar: $\sqrt{1 + \sqrt{6 + \sqrt{5 + \sqrt{16}}}}$

Solución: 2

12. Efectuar

$$\sqrt{3a^2 + \sqrt{6a^4 + \sqrt{25a^8}}}$$

Solución: $a\sqrt{3 + \sqrt{11}}$

13. Extraer factores del radical

a) $\sqrt[3]{54}$; b) $\sqrt[5]{\frac{27x^{10}}{y^8}}$

c) $\frac{x \cdot y}{2} \sqrt{\frac{n^6}{8x^4y^3z}}$

Solución: a) $3\sqrt[3]{2}$, b) $\frac{x^2}{y} \sqrt[5]{\frac{3^3}{y^3}}$, c) $\frac{n^3}{4x} \sqrt{\frac{1}{2yz}}$

14. Introducir factores dentro del radical

a) $x\sqrt{\frac{1}{x}}$

b) $\frac{2}{3} \sqrt[3]{\frac{81}{4}}$

c) $\frac{a-b}{a+b} \sqrt{\frac{a^2+b}{a-b}}$

Solución: a) \sqrt{x} , b) $\sqrt[3]{6}$, c) $\sqrt{\frac{(a-b)(a^2+b)}{(a+b)^2}}$

15 Efectuar $2a\sqrt{3} - \sqrt{27a^2} + 2\sqrt{12}$

Solución: $(4-a)\sqrt{3}$

16 Efectuar $4\sqrt{12} - \frac{3}{2}\sqrt{48} + \frac{2}{3}\sqrt{27} + \frac{3}{5}\sqrt{75}$

Solución: $7\sqrt{3}$

17 Efectuar $3\sqrt[3]{\frac{2x}{9}} - 2\sqrt[3]{\frac{3x}{4}} + \sqrt[3]{\frac{6x}{5}}$

Solución: $\sqrt[3]{\frac{6x}{5}}$

18 Racionalizar $\frac{1}{2-2\sqrt{2}}$

Solución: $\frac{-1-\sqrt{2}}{2}$

19 Racionalizar $\frac{6(3-y)}{\sqrt[3]{(3-y)^2}}$

Solución: $6\sqrt[3]{3-y}$

20 Racionalizar $\frac{3\sqrt{5}-2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}+3\sqrt{5}}$

Solución: $(19-4\sqrt{15})/11$

21. Efectuar racionalizando:

$$\frac{1}{4\sqrt{2}} + \frac{2}{3\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+2} =$$

Solución: $\frac{11\sqrt{2}+4\sqrt{3}-7}{21}$

22. Simplificar

$$\frac{2\sqrt{2x^4-x^3} + \sqrt{2x^2-7x^4}}{x^2-x} =$$

Solución: $\frac{2\sqrt{2x^2-x} + \sqrt{2-7x^2}}{x-1} =$

23. Extraer factores fuera de la raíz:

$$\sqrt{\frac{4+4x+x^2}{2^6x^3y^4}} =$$

Solución: $\frac{x+2}{8y^2x} \sqrt{x}$

24. Efectuar racionalizando

$$\frac{1}{2+3\sqrt{3}} - \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

Solución: $\frac{2+3\sqrt{3}-16\sqrt{3}}{23}$

25. Introducir factores $\frac{(2+x)^2}{8xy^2} \sqrt{\frac{1}{x}}$

Solución: $\sqrt{\frac{(2+x)^4}{8^2x^3y^4}}$

26. Simplificar $\frac{\sqrt{3x^3-8x^2}-\sqrt{x^2+3x^6}}{x-\sqrt{x^2-x^3}} =$

Solución: $\frac{\sqrt{3x-8} \cdot \sqrt{1+3x^4}}{1-\sqrt{1-x}}$

27. Efectuar y dar el resultado en forma de notación científica $\frac{3^7 \cdot 2 \cdot 10^{10} - 4^7 \cdot 2 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{-2}}$

Solución: $6'31 \cdot 10^{11}$

28. Simplificar

$$\frac{(9-6a+a^2)\sqrt{a^2-9}}{(a-3)\sqrt{a^2-3^2}}$$

Solución: $a-3$

29. Efectuar racionalizando

$$\frac{1}{3-\sqrt{2}} + \frac{2}{2\sqrt{3}} - \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} =$$

Solución: $\frac{-243-123\sqrt{2}+7\sqrt{3}}{21}$

30. Simplificar $\frac{15^{\frac{2}{3}} \cdot 9^{\frac{3}{5}}}{25^{-\frac{5}{4}}}$

Solución: $3^{\frac{2}{3}} \cdot 5^{12}$

31. Extraer factores

$$\frac{1}{3xy^2} \sqrt{5^4(x-2)^3} =$$

Solución: $\frac{5^2(x-2)}{48x^3y} \sqrt{\frac{x-2}{2xy}}$

32. Efectuar

$$3\sqrt[3]{100} - 4\sqrt[3]{100,000} - 11\sqrt[3]{100,000,000}$$

Solución: $-1137\sqrt[3]{100}$