

VECTORES (I)

1. Representa el vector fijo \overline{AB} y halla sus componentes en cada uno de los casos siguientes:
 - a. $A(-2,1)$ y $B(3,3)$ $\overline{AB}=(5,2)$
 - b. $A(1,-4)$ y $B(-2,-3)$ $\overline{AB}=(-3,1)$
 - c. $A(-1,-2)$ y $B(2,-4)$ $\overline{AB}=(3,-2)$
 - d. $A(0,3)$ y $B(-4,0)$ $\overline{AB}=(-4,-3)$
2. Traslada los puntos $A(-2,1)$, $C(3,2)$, $E(3,-2)$ y $G(1,-4)$ mediante el vector $\vec{v}=(-3,1)$ para obtener los puntos B, D, F y H. Representalos en un gráfico. ¿Son equipolentes los vectores fijos \overline{AB} , \overline{CD} , \overline{EF} y \overline{GH} ? Halla sus módulos. $B(-5,2)$, $D(0,3)$, $F(0,-1)$, $H(-2,-3)$. Sí. $\sqrt{10}$
3. Representa gráficamente $A(-2,-2)$, $B(3,0)$, $C(1,2)$ y $D(6,4)$.
 - a. Comprueba que los vectores fijos \overline{AB} y \overline{CD} son equipolentes. Halla el vector libre \vec{u} del que \overline{AB} y \overline{CD} son representantes. Calcula su módulo. $\vec{u}=(5,2)$, $|\vec{u}|=\sqrt{29}$
 - b. Comprueba que los vectores \overline{AC} y \overline{BD} son equipolentes. Halla el vector libre \vec{v} del que \overline{AC} y \overline{BD} son representantes. Calcula su módulo. $\vec{v}=(-3,-4)$, $|\vec{v}|=5$
4. Dado el vector $\vec{v}=(4,6)$ halla y representa los vectores $2\cdot\vec{v}$, $-\frac{1}{2}\cdot\vec{v}$ y $0\cdot\vec{v}$. ¿Tienen todos salvo $0\cdot\vec{v}$ la misma dirección? ¿Y el mismo sentido? $(8,12)$, $(-2,-3)$, $(0,0)$. Sí, No.
5. Halla y representa el vector suma de:
 - a. $\vec{u}=(2,3)$ y $\vec{v}=(3,1)$ $\vec{u}+\vec{v}=(5,4)$
 - b. $\vec{u}=(1,6)$, $\vec{v}=(3,1)$ y $\vec{w}=(2,-3)$ $\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}=(6,4)$
 - c. $\vec{u}=(5,2)$, $\vec{v}=(-2,1)$ y $\vec{w}=(-4,-6)$ $\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}=(-1,-3)$
6. Dados los vectores $\vec{u}=(2,1)$ y $\vec{v}=(-1,3)$ calcula y representa mediante la regla del paralelogramo las siguientes combinaciones lineales de ellos:

$3\cdot\vec{u}+2\cdot\vec{v}$	$-2\cdot\vec{u}+3\cdot\vec{v}$	$-\vec{u}+2\cdot\vec{v}$	$(4,9)$, $(-7,7)$, $(-4,5)$
-------------------------------	--------------------------------	--------------------------	-------------------------------
7. Expresa el vector $\vec{u}=(-3,-8)$ como combinación lineal de los vectores $\vec{a}=(1,-3)$ y $\vec{b}=(5,2)$

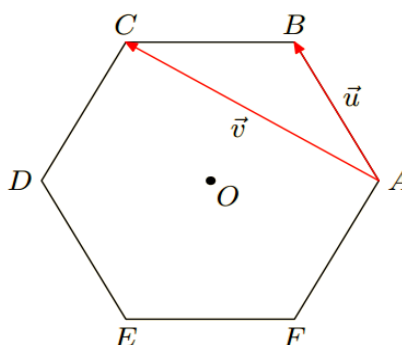
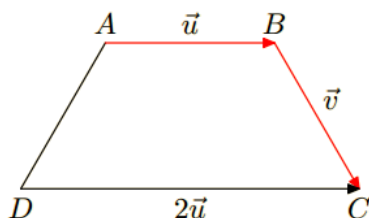
$2\cdot\vec{a}-\vec{b}$
8. Comprueba que el vector $\vec{c}=(0,-5)$ es combinación lineal de los vectores $\vec{a}=(3,-2)$ y $\vec{b}=(-1,2)$

$-\frac{5}{4}\cdot\vec{a}-\frac{15}{4}\cdot\vec{b}$
9. Observa la figura 1 y expresa como combinación lineal de los vectores $\vec{u}=\overline{AB}$ y $\vec{v}=\overline{BC}$, los siguientes vectores:

a) \overline{BA}	b) \overline{AC}	c) \overline{DB}	$-\vec{u}$, $\vec{u}+\vec{v}$, $2\cdot\vec{u}-\vec{v}$
--------------------	--------------------	--------------------	--
10. Observa la figura 2 y expresa como combinación lineal de los vectores $\vec{u}=\overline{AB}$ y $\vec{v}=\overline{AC}$, los siguientes vectores:

a) \overline{BC}	b) \overline{AO}	c) \overline{AD}	d) \overline{DO}	e) \overline{CD}	f) \overline{AE}	$-\vec{u}+\vec{v}$, $-\vec{u}+\vec{v}$, $-2\vec{u}+2\vec{v}$, $\vec{u}-\vec{v}$, $-2\vec{u}+\vec{v}$, $-3\vec{u}+2\vec{v}$
--------------------	--------------------	--------------------	--------------------	--------------------	--------------------	---
11. Averigua si son paralelos los siguientes pares de vectores:

a. $\vec{u}=(3,-2)$ y $\vec{v}=(12,-8)$	Sí
b. $\vec{u}=(3,-2)$ y $\vec{v}=(21,-12)$	No
c. $\vec{u}=(3,-2)$ y $\vec{v}=(-6,a)$	Sí para $a=4$, No para $a\neq 4$



VECTORES (II)

12. Expresa los vectores siguientes como combinación lineal de los vectores de la base canónica. Haz la representación gráfica mediante la regla del paralelogramo: $\vec{u}=(2,3)$, $\vec{v}=(-1,3)$ y $\vec{w}=(4,-2)$
 $2\vec{i}+3\vec{j}$, $-\vec{i}+3\vec{j}$, $4\vec{i}-2\vec{j}$
13. ¿Cuáles de los siguientes pares de vectores forman una base? En caso afirmativo, halla las coordenadas del vector $\vec{w}=(4,9)$ en dicha base y represéntalas mediante la regla del paralelogramo:
- a. $\vec{u}=(3,-1)$ y $\vec{v}=(-6,2)$ No
- b. $\vec{u}=(2,1)$ y $\vec{v}=(-1,3)$ Sí, $\vec{w}=(3,2)$
- c. $\vec{u}=(1,-1)$ y $\vec{v}=(0,1)$ Sí, $\vec{w}=(13,4)$
14. Las coordenadas del vector $(7,-2)$ en la base formada por los vectores $\vec{u}=(3,-2)$ y \vec{v} son $(3,-1/2)$. Encuentra las componentes del vector \vec{v} . $(4,-8)$
15. Averigua si son perpendiculares los siguientes pares de vectores:
- a. $\vec{u}=(3,-2)$ y $\vec{v}=(-4,-6)$ Sí
- b. $\vec{u}=(3,-2)$ y $\vec{v}=(6,8)$ No
- c. $\vec{u}=(3,-2)$ y $\vec{v}=(6,a)$ Sí para $a=9$, No para $a \neq 9$
16. Halla los vectores perpendiculares a $\vec{u}=(3,4)$ que midan el doble que \vec{u} $(-8,6)$ y $(8,-6)$
17. Expresa el vector $\vec{w}=(5,5)$ como suma de dos vectores: uno de la misma dirección que $\vec{u}=(1,2)$ y otro perpendicular a \vec{u} . $(3,6)+(2,-1)$
18. Dado el vector $\vec{u}=(6,-8)$, halla y representa gráficamente:
- a. Los vectores unitarios de la misma dirección que \vec{u} $(3/5), -4/5)$ y $(-3/5,4/5)$
- b. Los vectores perpendiculares a \vec{u} que tengan el mismo módulo que \vec{u} $(8,6)$ y $(-8,-6)$
- c. Los vectores unitarios y ortogonales a \vec{u} $(4/5,3/5)$ y $(-4/5,-3/5)$
19. Dados los vectores $\vec{x}=(5,-2)$, $\vec{y}=(0,3)$, $\vec{z}=(-1,4)$, calcula $\vec{x} \cdot \vec{y}$, $\vec{x} \cdot \vec{z}$, $\vec{y} \cdot \vec{z}$ $-6, -13, 12$
20. Dados $\vec{u}=(2,3)$, $\vec{v}=(-3,1)$ y $\vec{w}=(5,2)$, calcula:
- a. $(3\vec{u}+2\vec{v}) \cdot \vec{w}$
- b. $\vec{u} \cdot \vec{w} - \vec{v} \cdot \vec{w}$
- c. $(\vec{u} \cdot \vec{v}) \cdot \vec{w}$
- d. $\vec{u} \cdot (\vec{v} \cdot \vec{v})$ $22, 29, (-15,-6), (20,30)$
21. En una circunferencia de centro O y de radio 2 unidades, se inscribe un hexágono regular de vértices A, B, C, D, E, F. Calcula los productos $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$, $\vec{OA} \cdot \vec{OC}$, $\vec{AB} \cdot \vec{ED}$, $\vec{BC} \cdot \vec{EF}$ $2, -2, 4, -4$
22. Halla el ángulo que forman los siguientes pares de vectores:
- a. $\vec{u}=(3,2)$, $\vec{v}=(1,-5)$
- b. $\vec{u}=(4,6)$, $\vec{v}=(3,-2)$
- c. $\vec{u}=(1,6)$, $\vec{v}=(-1/2,-3)$ $112^\circ 22' 48'', 90^\circ, 180^\circ$
23. Halla los ángulos del triángulo cuyos vértices son A(-3, 2), B(8, -1) y C(3, -4). $29^\circ 45', 46^\circ 13', 104^\circ 2'$
24. Halla las coordenadas del vértice D del paralelogramo ABCD, sabiendo que A(2, -3), B(5, 2) y C(4, 4). Halla sus ángulos. $(1,-1); 57^\circ 32'; 122^\circ 28'$
25. Calcula la proyección de \vec{u} sobre \vec{v} en cada uno de los casos siguientes:
- a. $\vec{u}=(6,4)$, $\vec{v}=(1,3)$ b. $\vec{u}=(5,2)$, $\vec{v}=(-4,3)$ $9\sqrt{10}/5, -14/5$
26. Calcula x para que los vectores $\vec{a}=(7,1)$ y $\vec{b}=(1,x)$ formen un ángulo de 45° $4/3$ y $-3/4$
27. Calcula x para que los vectores $\vec{a}=(3,x)$ y $\vec{b}=(5,2)$ formen un ángulo de 60° $-2,36$ y $20,82$
28. Halla las coordenadas de cierto vector \vec{x} sabiendo que forma un ángulo de 60° con $\vec{a}=(2,4)$ y que los módulos de ambos son iguales. $(1-2\sqrt{3}, 2+\sqrt{3})$ y $(1+2\sqrt{3}, 2-\sqrt{3})$
29. Determina un vector \vec{a} que forme con $\vec{b}=(-1,-2)$ un ángulo de 30° y tal que $|\vec{a}|=\sqrt{3}|\vec{b}|$
 $(-3/2-\sqrt{3}, -3+\sqrt{3}/2)$ y $(-3/2+\sqrt{3}, -3-\sqrt{3}/2)$