Representación gráfica de funciones

1.- Hallar el dominio:

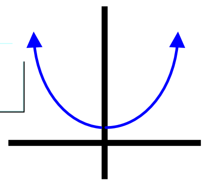
a) Si tiene forma de fracción se iguala el denominador a cero.
b) Si es un polinomio su dominio son todos los reales.
c) Si es un polinomio se calculan las ramas infinitas haciendo los límites de la función cuando x tiende a infinito y a menos infinito.

2.- Puntos de corte con los ejes:

a) Con el eje X, se iguala la función a cero y se despeja la X.
b) Con el eje Y, se sustituye la X por cero y se halla la Y.

3.- Signo de la función o Regiones:

Consiste en colocar sobre una recta los puntos del ***dominio***, así como los puntos de corte con ***el eje X*** , y darle valores de antes y de después, sustituyéndolos en la función.
CONSECUENCIAS: Donde dé positivo es porque la función va por encima del eje **X**, donde dé negativo es que va por debajo.



Par

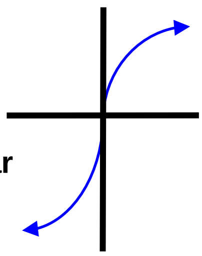
4.- Simetrías:

Se halla primero el valor de f(-x) pudiendo ocurrir tres cosas:

a) Si f(-x) = f(x), la función es par y por lo tanto simétrica respecto al eje Y.

b) Si f(-x) = -f(x), la función es impar y por lo tanto sera simétrica respecto al origen de coordenadas.

Impar



c) También puede ocurrir que la función **NO** sea simétrica.

5.- Asíntotas:

NOTA: Las funciones polinómicas ***NO*** tienen asíntotas de ningún tipo.
Una función si tiene asíntotas horizontales no tiene oblicuas.

a) *Verticales*: en general coinciden con el dominio pero es conveniente realizar un estudio previo con el fin de averiguar por dónde viene la función, para ello hallaremos los límites laterales, por la derecha y por la izquierda de los puntos del dominio.

b) *Horizontales:* hallar el $\lim_{x\to\pm\infty}$ f(x). Si da un Nº real tiene asíntotas horizontales si da infinito ***no*** tiene.

c) *Oblicuas:* **y = *m*** x **+ *b*** $m = \lim_{x\to\infty}\left(f(x)/x \right)$ $b = \lim_{x\to\infty}\left(f(x) - m\cdot x\right)$

La recta **y = *m*** x **+ *b*** se representa con una pequeña tabla de valores.

6.- Crecimiento y decrecimiento. (monotonía)

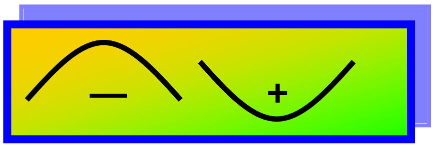
a) Se halla la derivada (**y'**) de la función y se iguala a cero; obteniéndose así los ***puntos críticos.***
b) Se colocan sobre una recta los ***puntos críticos*** así como los del ***dominio***.
c) Se sustituyen en **y'** valores de antes y de después de los colocados en el apartado b).
d) Donde dé positivo f(x) es creciente donde dé negativo f(x) es decreciente.

7.- Máximos y mínimos.

a) Se halla la segunda derivada (**y''**) de la función y se sustituyen los ***puntos críticos*** del apartado 6a). Donde dé *positivo* es un *mínimo*, donde dé *negativo* hay un *máximo*.
b) Las segundas coordenadas de los máximos o mínimos se hallan sustituyendo las primeras coordenadas en la **función inicial *(no en la derivada).***

8.- Concavidad y convexidad. (curvatura)

a) Se iguala a cero la **y''** y se coloca en una línea recta ***los valores que dé*** junto con los del ***dominio***.
b) Se sustituyen en **y''** valores de antes y de después de los colocados anteriormente, donde dé **positivo es cóncava**, donde dé **negativo convexa**.
c) Donde la función cambie de cóncava a convexa o viceversa la función tiene un punto de inflexión.
d) La segunda coordenada se halla igual que la de los máximos y mínimos, sustituyendo en la **primera función.**



EN RESUMEN

- LA 1ª DERIVADA POSEE 2 FUNCIONES:
1.- Igualar a 0 y hallar los posibles Ptos. críticos (máximos y mínimos).
2.- Estudiar crecimiento y decrecimiento.

- LA 2ª DERIVADA POSEE 3 FUNCIONES:
1.- Comprobar si los puntos críticos, son máx.o mín.
2.- Igualar a 0 y hallar los posibles Ptos. de inflexión.
3.- Estudiar concavidad y convexidad.

SUGERENCIAS

Una vez hechos los cálculos, pintar en un eje de coordenadas los siguientes elementos:
- Puntos de corte con los ejes.
- Asíntotas.
- Máximos y mínimos.
- Puntos de inflexión.

POR ÚLTIMO, recomendar que las gráficas hay que pintarlas de *izquierda a derecha.*

Ejercicios de gráficas de funciones propuestos

1. $y = x^4 - 3X^2 - 10$	**2.** $y = 2x^3 - 8x + 1$	**3.** $y = x^3 - 2x^2 + x - 1$
4. $y = x^3 - 4x^2 + x + 6$	**5.** $y = x^4 - 10x^2 - 11$	**6.** $y = \frac{x^2}{2 - x}$
7. $y = \frac{2x}{x^2 + 1}$	**8.** $y = \frac{x^2}{x + 2}$	**9.** $y = \frac{x^2 + 1}{x}$
10. $y = \frac{x^2 - 4x + 6}{(x - 2)^2}$	**11.** $y = \frac{2x^2 - 3}{x^2 - 1}$	**12.** $y = \frac{2x + 1}{x^2 + x}$
13. $y = \frac{x^2 + 3x - 1}{x + 1}$	**14.** $y = \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{x^2}$	**15.** $y = \frac{(x - 2)^2}{x^2 + 3}$